**ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ**
**ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΑΝΩΤΕΡΗΣ ΚΑΙ ΑΝΩΤΑΤΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ**
**ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ**

# ΠΑΓΚΥΠΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2016

**Μάθημα:** **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΑΚΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ**
**2-ΩΡΟ ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΣΧΟΛΩΝ**

**Ημερομηνία και ώρα εξέτασης:** **Τρίτη, 31 Μαΐου 2016**
**8:00 – 11:00**

## ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΛΥΣΕΙΣ

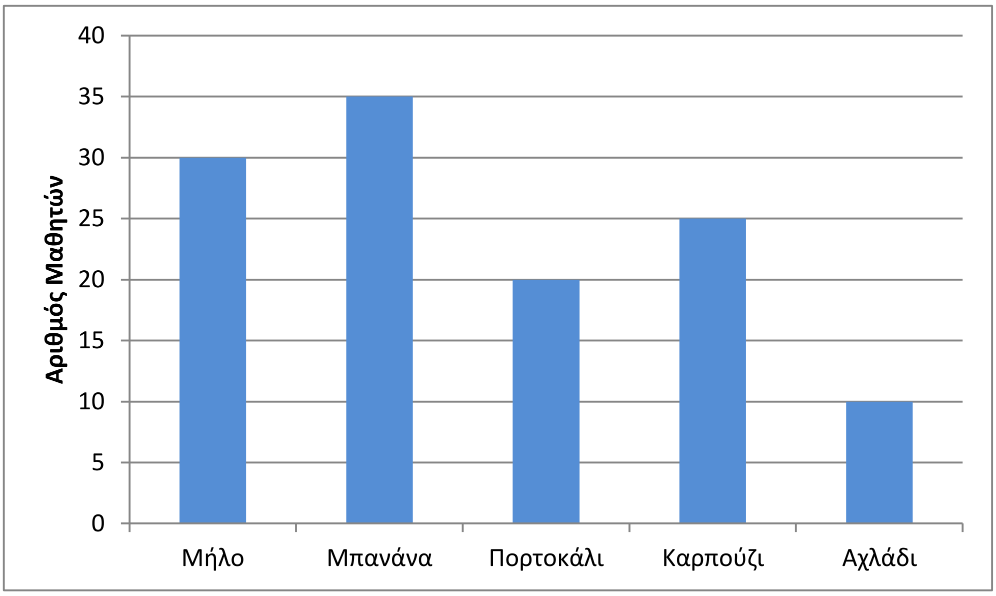
## ΜΕΡΟΣ Α΄

**1.** Δίνεται κύβος με ακμή $5\ cm$. Να βρείτε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειάς του.

**Λύση:**

$\mathrm{E}_{\text{ολ}} = 6\alpha^2 = 6 \cdot 5^2 = 6 \cdot 25 = 150\ \mathrm{cm}^2$

**2.** Σε έρευνα που έγινε σε μια Τεχνική Σχολή ρωτήθηκαν όλοι οι μαθητές του Γ΄ έτους, ποιο είναι το αγαπημένο τους φρούτο. Κάθε μαθητής δήλωσε μόνο ένα φρούτο. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στο πιο κάτω ραβδόγραμμα.




Να βρείτε:

(α) Πόσοι μαθητές συμμετείχαν στην έρευνα.

(β) Ποιο φρούτο προτιμούν οι περισσότεροι μαθητές.

(γ) Πόσοι μαθητές δεν δήλωσαν ως αγαπημένο φρούτο την μπανάνα.

**Λύση:**

(α) $30+35+20+25+10$=120 Στην έρευνα συμμετείχαν 120 μαθητές

(β) Οι περισσότεροι μαθητές προτιμούν την μπανάνα.

(γ) 120-35=85
85 μαθητές δεν δήλωσαν ως αγαπημένο φρούτο την μπανάνα.

**3.** Ο κ. Σάββας αγόρασε ένα φορτιστή μπαταρίας αυτοκινήτου με έκπτωση $25\%$.

Αν η αρχική τιμή του φορτιστή ήταν €$140$, να υπολογίσετε πόσα πλήρωσε ο κ. Σάββας.

**Λύση:**

$140\cdot\frac{25}{100}=€35$ έκπτωση

$140-35=€105$ τιμή πώλησης

ή

$140\cdot\frac{75}{100}=€105$ τιμή πώλησης

**4.** Ένα άρωμα πωλείται σε γυάλινο μπουκάλι σχήματος κώνου, ακτίνας $3\ cm$ και ύψους $7\ cm$. Να υπολογίσετε τον όγκο του μπουκαλιού.

(Για την επίλυση της άσκησης, το πάχος του γυαλιού να θεωρηθεί αμελητέο)

**Λύση:**

$$V=\frac{\pi R^2\cdot \upsilon}{3}=\frac{\pi\cdot 3^2\cdot 7}{3}=21\pi\ cm^3=65{,}94\ cm^3$$

**5.** Μια εταιρεία μεταφορών πλήρωσε για καύσιμα τις πρώτες εννέα μέρες του Μαΐου, τα πιο κάτω ποσά σε ευρώ

$170,\quad 180,\quad 170,\quad 190,\quad 200,\quad 190,\quad 120,\quad 160,\quad 150$

Να υπολογίσετε:

(α) Τη μέση τιμή $(\bar{x})$ των χρημάτων που ξόδεψε ανά ημέρα η εταιρεία τις μέρες αυτές.

(β) Τη διάμεσο τιμή $(x_\delta)$ των πιο πάνω παρατηρήσεων.

**Λύση:**

(α) $\bar{x}=\frac{170+180+170+190+200+190+120+160+150}{9}=\frac{1530}{9}=170€$ (μόνο 170 (2))

(β) $120,150,160,170,170,180,190,190,200$

$x_\delta=x_5=170$

**6.** Κανονικό τετραγωνικό πρίσμα έχει εμβαδόν βάσης $64\ cm^2$ και ύψος $10\ cm$.

Να υπολογίσετε:

(α) Το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας του πρίσματος.

(β) Τον όγκο του πρίσματος.

**Λύση:**

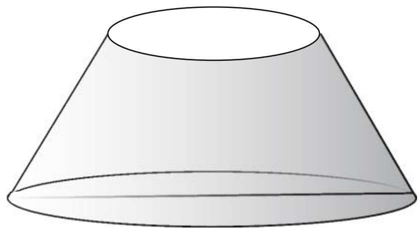
(α) $E_\beta = \alpha^2 \Rightarrow 64 = \alpha^2 \Rightarrow \alpha = 8cm$

$\Pi_\beta = 4\alpha = 4 \cdot 8 = 32\ cm$

$E_\pi = \Pi_\beta \cdot \upsilon = 32 \cdot 10 = 320cm^2$

(β) $V = E_\beta.\upsilon \Rightarrow V = 64 \cdot 10 \Rightarrow V = 640cm^3$

**7.** Στο διπλανό σχήμα φαίνεται το κάλυμμα ενός φωτιστικού, σχήματος κόλουρου κώνου, του οποίου οι δύο βάσεις είναι ανοικτές. Οι ακτίνες των βάσεων του είναι $5\ cm$ και $10\ cm$ και το ύψος του $12\ cm$. Να υπολογίσετε πόσα τετραγωνικά εκατοστά ύφασμα θα χρειαστούν για να καλυφθεί η εξωτερική επιφάνεια του καλύμματος.



**Λύση:**

$R - \rho = 10 - 5 = 5cm$

<u>Π.Θ.</u> $\lambda^2 = 5^2 + 12^2 \Rightarrow \lambda^2 = 25 + 144 \Rightarrow \lambda^2 = 169 \Rightarrow \lambda = 13cm$

$E_\kappa = \pi(R + \rho) \cdot \lambda \Rightarrow \mathrm{E}_\kappa = \pi(10 + 5) \cdot 13 \Rightarrow E_\kappa = 195\pi\ cm^2$

**8.** Η αξία ενός αυτοκινήτου μειώνεται κατά $10\%$ για κάθε έτος χρήσης. Αν η αρχική του τιμή είναι €$30000$, να υπολογίσετε την αξία του μετά από 2 έτη χρήσης.

**Λύση:**

$1^{o\varsigma}\chi\rho\acute{o}\nu o\varsigma$: $\frac{90}{100} \cdot 30000 = 27000€$

$2^{o\varsigma}\chi\rho\acute{o}\nu o\varsigma$: $\frac{90}{100} \cdot 27000 = 24300€$

**9.** Κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει πλευρά βάσης $12\ cm$ και όγκο $384\ cm^3$.

Να υπολογίσετε:

(α) Το ύψος της πυραμίδας.

(β) Το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας της πυραμίδας.

**Λύση:**

(α) $E_\beta = 12^2 = 144\text{cm}^2$

$V = \frac{E_\beta \cdot \upsilon}{3} \Rightarrow 384 = \frac{144 \cdot \upsilon}{3} \Rightarrow$

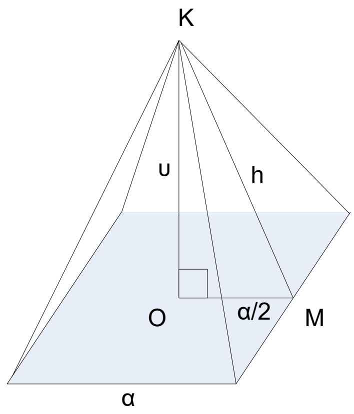
$384 = 48 \cdot \upsilon \Rightarrow \upsilon = \frac{384}{48} \Rightarrow \upsilon = 8cm$

(β) $\mathbf{\Pi.\Theta}.\ h^2 = 8^2 + 6^2 \Rightarrow h^2 = 64 + 36 \Rightarrow h^2 = 100 \Rightarrow$
$h = 10\ cm$

$\Pi_\beta = 4 \cdot a = 4 \cdot 12 = 48\ cm$

$E_\pi = \frac{\Pi_\beta . h}{2} = \frac{48 \cdot 10}{2} = 240\ cm^2$

$E_{o\lambda} = E_\pi + E_\beta = 240 + 144 = 384\ cm^2$




**10.** Ένας ανελκυστήρας σε ένα πολυώροφο ξενοδοχείο μπορεί να μεταφέρει το πολύ 6 άτομα των οποίων η μέση τιμή του βάρους τους να είναι 80 κιλά. Αρχικά στο ισόγειο μπαίνουν στον ανελκυστήρα 4 άτομα των οποίων η μέση τιμή του βάρους τους είναι 72 κιλά. Στον πρώτο όροφο μπαίνει ακόμα ένα άτομο που ζυγίζει 97 κιλά.

(α) Να υπολογίστε τη νέα μέση τιμή του βάρους των ατόμων που βρίσκονται στον ανελκυστήρα.

(β) Στο δεύτερο όροφο θέλει να μπει ακόμα ένα άτομο. Πόσα το πολύ κιλά πρέπει να ζυγίζει το άτομο αυτό για να μπορεί να μπει στον ανελκυστήρα;

**Λύση:**

(α) $\bar{x} = \frac{4 \cdot 72 + 97}{5} = \frac{288 + 97}{5} = \frac{385}{5} = 77Kg$

(β) $80 = \frac{385 + x}{6} \Rightarrow x = 480 - 385 \ \Rightarrow x = 95\text{Kg}$ το πολύ.

**ΜΕΡΟΣ Β΄**

**1.** Ο πιο κάτω πίνακας παρουσιάζει τις μέρες απουσίας λόγω ασθένειας του γραμματειακού προσωπικού μιας επιχείρησης κατά τη διάρκεια μιας διμηνίας.

| Αριθμός ημερών απουσίας $(x_i)$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Αριθμός ατόμων γραμματειακού προσωπικού $(f_i)$ | 10 | 7 | 8 | 7 | 5 | 2 | 1 |

Να υπολογίσετε:

(α) Πόσα άτομα από το γραμματειακό προσωπικό απουσίασαν λιγότερο από 2 μέρες.

(β) Την επικρατούσα τιμή $(x_\epsilon)$ των πιο πάνω παρατηρήσεων.

(γ) Τη μέση τιμή $(\bar{x})$ των πιο πάνω παρατηρήσεων.

(δ) Την τυπική απόκλιση $(\sigma)$ των πιο πάνω παρατηρήσεων (με ακρίβεια δύο δεκαδικών ψηφίων).

| $x_i$ | $f_i$ | $x_i \cdot f_i$ | $(x_i-\bar{x})^2$ | $f_i \cdot (x_i-\bar{x})^2$ |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 10 | $0 \cdot 10 = 0$ | $(0-2)^2 = 4$ | $10 \cdot 4 = 40$ |
| 1 | 7 | $1 \cdot 7 = 7$ | $(1-2)^2 = 1$ | $7 \cdot 1 = 7$ |
| 2 | 8 | $2 \cdot 8 = 16$ | $(2-2)^2 = 0$ | $8 \cdot 0 = 0$ |
| 3 | 7 | $3 \cdot 7 = 21$ | $(3-2)^2 = 1$ | $7 \cdot 1 = 7$ |
| 4 | 5 | $4 \cdot 5 = 20$ | $(4-2)^2 = 4$ | $5 \cdot 4 = 20$ |
| 5 | 2 | $5 \cdot 2 = 10$ | $(5-2)^2 = 9$ | $2 \cdot 9 = 18$ |
| 6 | 1 | $6 \cdot 1 = 6$ | $(6-2)^2 = 16$ | $1 \cdot 16 = 16$ |
| | $\Sigma f_i = 40$ | $\Sigma f_i \cdot x_i = 80$ | | $\Sigma f_i \cdot (x_i-\bar{x})^2 = 108$ |

**Λύση:**

(α) $10+7=17$ άτομα

(β) $x_\varepsilon = 0$

(γ) $\bar{x} = \frac{\Sigma x_i \cdot f_i}{\Sigma f_i} = \frac{80}{40} = 2$

(δ) $\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma (x_i-\bar{x})^2 \cdot f_i}{\Sigma f_i}} = \sqrt{\frac{108}{40}} = \sqrt{2{,}7} = 1{,}64$

**2.** Ο μηνιαίος μισθός μιας καμαριέρας σε ένα ξενοδοχείο είναι €800.Ο μισθός ενός μάγειρα είναι κατά 50% ψηλότερος από το μισθό της καμαριέρας. Ο μισθός ενός τραπεζοκόμου είναι κατά 20% χαμηλότερος από το μισθό του μάγειρα. Στο ξενοδοχείο εργάζονται 10 καμαριέρες, 2 μάγειροι και 5 τραπεζοκόμοι. Να υπολογίσετε πόσα πληρώνει συνολικά ο ιδιοκτήτης του ξενοδοχείου για τους μισθούς αυτών των υπαλλήλων για κάθε μήνα.

**Λύση:**

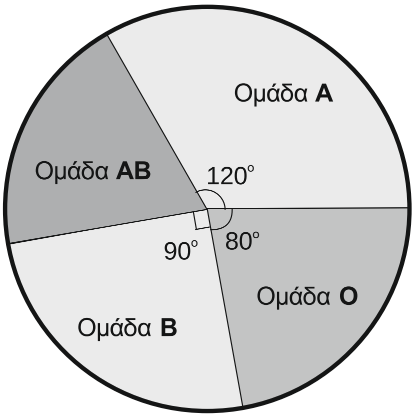
Καμαριέρα: €800

Μάγειρας: $800 \cdot \frac{150}{100} = €1200$ ή $\frac{50}{100} \cdot 800 = €400 \Rightarrow 800 + 400 = €1200$

Τραπεζοκόμος: $1200 \cdot \frac{80}{100} = €960$

Πλήρωσε συνολικά: $10 \cdot 800 + 2 \cdot 1200 + 5 \cdot 960 = €15200$

**3.** Στο διπλανό κυκλικό διάγραμμα παρουσιάζονται τα αποτελέσματα μιας έρευνας, σε μαθητές, ως προς την ομάδα αίματός τους. Αν οι μαθητές που έχουν ομάδα αίματος **Α** είναι $180$, να υπολογίσετε:




(α) Τον αριθμό των μαθητών που συμμετείχαν στην έρευνα.

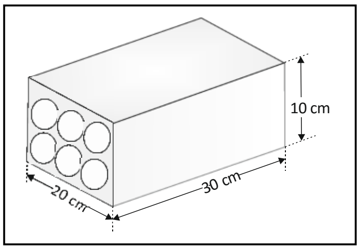
(β) Το ποσοστό των μαθητών που ανήκουν την ομάδα **ΑΒ**.

**Λύση:**

(α) $\frac{120^o}{360^o} = \frac{180}{x} \Rightarrow x = \frac{180 \cdot 360}{120} = 540$ μαθητές

(β) $360^o - (120^o + 80^o + 90^o) = 70^o$, $\frac{70^o}{360^o} \cdot 100\% = 19,44\%$

**4.** Ένα τούβλο έχει μήκος $30\ cm$, πλάτος $20\ cm$ και ύψος $10\ cm$. Στο εσωτερικό του έχει έξι κυλινδρικές τρύπες με διάμετρο βάσης $4\ cm$ η κάθε μια, οι οποίες διαπερνούν το εσωτερικό του τούβλου, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.




Να υπολογίσετε τον όγκο του υλικού που χρησιμοποιήθηκε για την κατασκευή ενός τέτοιου τούβλου.

(Η απάντηση μπορεί να δοθεί συναρτήσει του $\pi$)

**Λύση:** *(Η λύση δίνεται με την σωστή διάσταση. Η διόρθωση θα γίνει σύμφωνα με την απόφαση που ανακοινώθηκε από την αρμόδια αρχή.)*

$V_{ορθ.παραλ.} = \alpha \cdot \beta \cdot \gamma = 20 \cdot 30 \cdot 10 = 6000\ cm^3$

$V_{κυλ.τρύπας} = \pi R^2 \upsilon = \pi \cdot 2^2 \cdot 30 = 120\pi\ cm^3$

$V_{υλικού} = 6000 - 6 \cdot 120\pi = (6000 - 720\pi)\ cm^3 = 6000 - 2260{,}8 = 3739{,}2\ cm^3$

**5.** Βιοτεχνία που κατασκευάζει κεριά χρησιμοποιεί ως πρώτη ύλη ράβδους από κερί σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου με διαστάσεις $27\ cm$, $12\ cm$ και $10\ cm$. Η βιοτεχνία αγοράζει την κάθε ράβδο €$30$.

(α) Αν χρησιμοποιηθούν $5$ τέτοιοι ράβδοι για την κατασκευή διακοσμητικών κεριών σχήματος κύβου με ακμή $3\ cm$, πόσα διακοσμητικά κεριά θα κατασκευαστούν, αν θεωρήσουμε ότι δεν υπάρχει απώλεια πρώτης ύλης κατά την κατασκευή;

(β) Τα εργατικά για την κατασκευή των πιο πάνω διακοσμητικών κεριών είναι €$100$. Το κάθε διακοσμητικό κερί πωλείται προς $50$ σεντς. Να υπολογίσετε το ποσοστό κέρδους της βιοτεχνίας από την πώληση όλων των κεριών, πάνω στο συνολικό κόστος.

**Λύση:**

(α) $V_{ράβδου} = α \cdot β \cdot γ = 27 \cdot 12 \cdot 10 = 3240\ cm^3$

$V_{διακ.κεριού} = α^3 = 3^3 = 27\ cm^3$

$V_{ράβδων} = 5 \cdot 3240 = 16200\ cm^3$

Αριθμός κεριών= $16200 \div 27 = 600$ κεριά

(β) Συνολικό κόστος= $5 \cdot 30 + 100 =$ €$250$

Συνολική είσπραξη= $600 \cdot 0{,}50 =$ €$300$

Κέρδος= $300 - 250 =$ €$50$

Ποσοστό κέρδους= $\frac{50}{250} \cdot 100\% = 20\%$