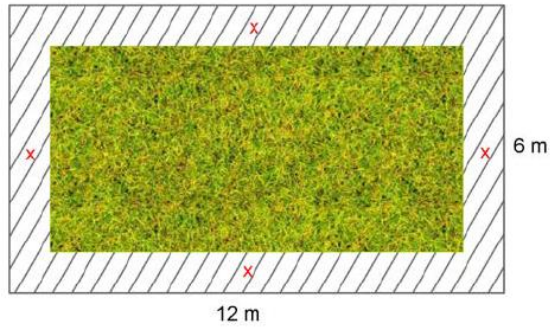
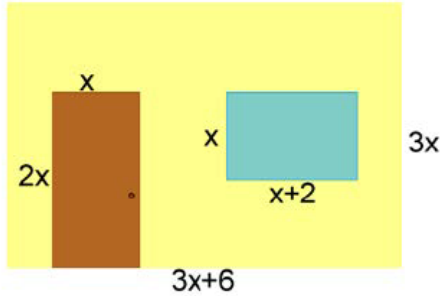


ΑΝΑΛΥΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ – ΠΥΡΗΝΙΚΕΣ ΓΝΩΣΕΙΣ

Β' ΤΑΞΗ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΑΛΓΕΒΡΑ	
ΔΕΙΚΤΕΣ ΕΠΙΤΥΧΙΑΣ	ΔΕΙΚΤΕΣ ΕΠΑΡΚΕΙΑΣ
	Επίπεδα Δραστηριοτήτων
A4.13 Μεταφράζουν αλγεβρικά σύμβολα σε λεκτική μορφή και αντίστροφα	Παραδείγματα: Συμβολικές εκφράσεις – επίλυση αλγεβρικού / γεωμετρικού προβλήματος - Να κατασκευάσετε μια αλγεβρική παράσταση που να περιγράφει τα πιο κάτω βήματα: - Σκέφτομαι έναν αριθμό. - Τον πολλαπλασιάζω επί τον εαυτό του. - Στο αποτέλεσμα προθέτω το διπλάσιο του αριθμού που σκέφτηκα. - Ποιο θα είναι το τελικό αποτέλεσμα αν ο αριθμός που σκεφτήκατε αρχικά ήταν: (α) 1 (β) -2 (γ) $\frac{1}{4}$ - Ο κύριος Ιάκωβος θέλει να ανακατασκευάσει τον κήπο του σπιτιού του, που έχει σχήμα ορθογώνιο με διαστάσεις 6 m και 12 m. Θα τοποθετήσει χλοοτάπητα και περιμετρικά του χλοοτάπητα θέλει να κατασκευάσει διάδρομο από μπετόν, πλάτους (x).  - Να γράψετε μια αλγεβρική παράσταση που να εκφράζει το εμβαδόν του διαδρόμου. - Να υπολογίσετε το εμβαδόν της περιοχής που θα καλυφθεί με χλοοτάπητα. - Να υπολογίσετε το κόστος της ανακαίνισης, αν ο διάδρομος από μπετόν στοιχίζει €20 το τετραγωνικό μέτρο, ενώ ο χλοοτάπητας στοιχίζει €35 το τετραγωνικό μέτρο. 

ΑΝΑΛΥΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ – ΠΥΡΗΝΙΚΕΣ ΓΝΩΣΕΙΣ

	Στο σχήμα δίνεται η πρόσοψη ενός δωματίου στο οποίο υπάρχει μια πόρτα και ένα παράθυρο. Να βρείτε μια αλγεβρική παράσταση που να εκφράζει το εμβαδόν του τοίχου στην πρόσοψη αυτή.
A4.10 Κατανοούν και εφαρμόζουν αλγεβρικές τεχνικές, για να κάνουν αναγωγή ομοίων όρων, απλοποιούν ή αναλύουν αλγεβρικές εκφράσεις που περιλαμβάνουν αλγεβρικά κλάσματα και διακρίνουν τις διαφορές μεταξύ των εννοιών «εξίσωση», «τύπος», «ταυτότητα» και «παράσταση».	Παραδείγματα: Αναγωγή ομοίων όρων – Απλοποίηση κλάσματος – Εξίσωση – Ταυτότητα - Να κάνετε τις πράξεις: (α) $(t^2 - 8t + 1) + (3t^2 + t - 7)$ (β) $(-3n^2 + n) - (3n^2 + n)$ (γ) $3x^2(x - 2\psi)$ (δ) $2x(x^2 - 2x + 3)$ (ε) $(10x^2 - 12x^3) : (-2x^2)$ - Να απλοποιήσετε τα κλάσματα: (α) $\frac{40y^2 - 60xy}{20y^2}$ (β) $\frac{4xy^2 - 6xy}{2xy}$ - Να λύσετε την εξίσωση: $3(x + 2) - 4x = 2(1 - x)$ - Να αποδείξετε τις πιο κάτω ταυτότητες: (α) $(\omega - 2)(\omega + 2) - \omega(\omega + 8) = -4(1 + 2\omega)$ (β) $(2x^2 - 3) - (x^2 + 1) = (x - 2)(x + 2)$
A5.13 Εκτελούν πράξεις μονωνύμων και πολυνύμων.*	Παράδειγμα: Πράξεις μονωνύμων – πολυνύμων - Αν $A(x) = x^2 - 5x + 4$ και $B(x) = x - 1$, να υπολογίσετε: (α) $A(x) \cdot B(x)$ (β) $3 \cdot A(x) - 2x \cdot B(x)$

* Μέρος του δείκτη

ΑΝΑΛΥΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ – ΠΥΡΗΝΙΚΕΣ ΓΝΩΣΕΙΣ

	$(\gamma) [B(x)]^2$ $(\delta) A(x):[B(x) + 1]$
A5.12 Μετασχηματίζουν αλγεβρικές παραστάσεις ως προς μια μεταβλητή.	Παράδειγμα: Μετασχηματισμός τύπου Να επιλύσετε τους πιο κάτω τύπους ως προς την μεταβλητή που σημειώνεται μέσα στην παρένθεση. (α) $3x - 5y = 2 \quad (y)$ (β) $E = \frac{(\beta+B) \cdot v}{2} \quad (B)$
A4.12 Επιλύουν εξισώσεις και ανισώσεις πρώτου βαθμού αλγεβρικά και γραφικά, και χρησιμοποιούν τις εξισώσεις και ανισώσεις στην επίλυση προβλημάτων. *	Παράδειγμα: Επίλυση εξίσωσης α' βαθμού - Να λύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις: (α) $2x - 6 = 4x - 2$ (β) $2(x + 4) - 4x = 2(4 - x)$ (γ) $3x - 4 + \frac{x}{2} = 7 + 4x$ Παράδειγμα: Επίλυση ανίσωσης α' βαθμού - Να επιλύσετε τις πιο κάτω ανισώσεις: (α) $-2x < 4$ (β) $3x + 5 \geq 2x$ Παραδείγματα: Αναπαράσταση των λύσεων μιας ανίσωσης α' βαθμού (α) Να αναπαραστήσετε τη λύση της ανίσωσης $x \geq 3$ λεκτικά, γραφικά, συμβολικά. (β) Να αναπαραστήσετε το σύνολο των κοινών λύσεων (αν υπάρχουν) των ανισώσεων $x < 4$ και $x \geq -1$ λεκτικά, γραφικά και συμβολικά.

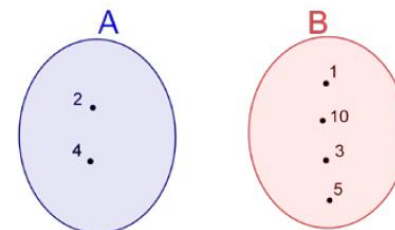
* Μέρος του δείκτη

ΑΝΑΛΥΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ – ΠΥΡΗΝΙΚΕΣ ΓΝΩΣΕΙΣ

- **A4.4** Κατανοούν την έννοια της συνάρτησης και επεξηγούν τη διαδικασία απεικόνισης ενός στοιχείου του πεδίου ορισμού στο πεδίο τιμών και διακρίνουν την έννοια της ανεξάρτητης και εξαρτημένης μεταβλητής.

Παράδειγμα: Έννοια της συνάρτησης

- Να συμπληρώσετε το βελοειδές διάγραμμα της αντιστοιχίας από το σύνολο A στο σύνολο B , που ορίζεται με τον κανόνα «ο αριθμός $x, x \in A$, είναι μεγαλύτερος από τον αριθμό $y, y \in B$ ». Στη συνέχεια να εξετάσετε κατά πόσο η αντιστοιχία αυτή ορίζει συνάρτηση.



- Να εξετάσετε κατά πόσο ο πιο κάτω πίνακας τιμών ορίζει συνάρτηση με πεδίο ορισμού τα ονόματα των υπαλλήλων μιας εταιρείας και πεδίο τιμών τον μηνιαίο μισθό τους.

Όνομα Υπαλλήλου	Μηνιαίος Μισθός
Κώστας	€1500
Γιάννης	€950
Μαρία	€1100
Γιώργος	€1100
Ελένη	€900
Παναγιώτα	€1250

- **A5.3** Αναγνωρίζουν και επεξηγούν τότε μια λεκτική έκφραση,

Παραδείγματα: Πίνακας τιμών – Γραφική παράσταση

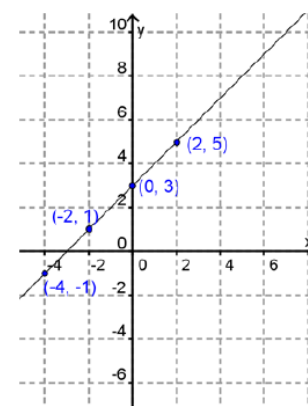
- Να μελετήσετε τον πιο κάτω πίνακα, να βρείτε την τιμή των μανταρινιών και ακολούθως να συμπληρώσετε τις τιμές του πίνακα που λείπουν.

ΑΝΑΛΥΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ – ΠΥΡΗΝΙΚΕΣ ΓΝΩΣΕΙΣ

ένας πίνακας τιμών ή μια γραφική παράσταση αναπαριστούν γραμμική σχέση.

Μανταρίνια (kg)	5	2	3	...
Συνολικό κόστος (€)	10	...	6	18

- Δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης. κατασκευάσετε έναν πίνακα τιμών και να βρείτε συνάρτησης που αναπαριστά.



Να τον τύπο της

Παραδείγματα: Γραμμική σχέση

- Να εξετάσετε κατά πόσο τα δεδομένα που δίνονται στον διπλανό πίνακα συνδέονται με γραμμική σχέση.

x	-2	0	2	4
y	1	5	9	13

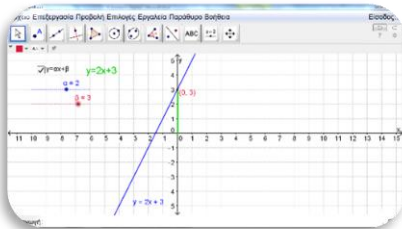
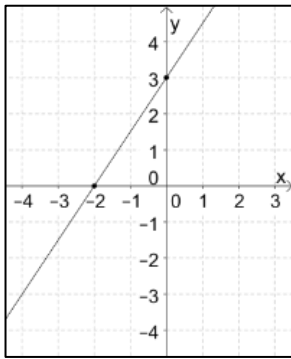
- Οι μαθητές ενός τμήματος ενός γυμνασίου θα επισκεφτούν ένα μουσείο το οποίο χρεώνει €8,50 είσοδο για κάθε μαθητή. Για τη μεταφορά των μαθητών στο μουσείο, η εταιρεία των λεωφορείων χρεώνει συνολικά €50.
 - (α) Να βρείτε και να περιγράψετε τον τύπο που υπολογίζει το κόστος της επίσκεψης των μαθητών.
 - (β) Να εξετάσετε κατά πόσο είναι γραμμική συνάρτηση.

- A4.7** Κατασκευάζουν τη γραφική παράσταση ευθείας,

Παράδειγμα: Κατασκευή γραφικής παράστασης ευθείας

Να κατασκευάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης με τύπο $y = 2x + 3$ και να εξετάσετε

ΑΝΑΛΥΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ – ΠΥΡΗΝΙΚΕΣ ΓΝΩΣΕΙΣ

υπολογίζοντας τις συντεταγμένες δύο σημείων της και ελέγχουν αλγεβρικά και γραφικά κατά πόσο ένα σημείο ανήκει στην ευθεία.	κατά πόσο τα σημεία $A(1, 5)$, $B(0, 2)$, $\Gamma(-1, -2)$ και $\Delta(-2, 0)$ ανήκουν στη γραφική παράστασή της.
• A5.4 Κατασκευάζουν γραφικές παραστάσεις γραμμικών συναρτήσεων και διερευνούν τη σημασία των παραμέτρων a και β της συνάρτησης $f(x) = ax + \beta$. *	Παράδειγμα: Κατανόηση του ρόλου των a και β στη συνάρτηση $y = ax + \beta$ (με τη χρήση λογισμικού) Να μεταβάλετε τις τιμές των δρομέων a και β και να καταγράψετε τις παρατηρήσεις τους για τη σημασία των αντίστοιχων παραμέτρων. 
• A5.6 Βρίσκουν την εξίσωση της ευθείας και την αναπαριστούν γραφικά, όταν δίνεται η κλίση και ένα σημείο ή όταν δίνονται δύο σημεία της ευθείας.	Παραδείγματα: Εύρεση εξίσωσης ευθείας • Να βρείτε την εξίσωση ευθείας που περνά από: (α) $(0, 1)$ και $(2, 3)$ (β) $(-2, \frac{1}{2})$ και $(4, -1)$ • Να βρείτε την εξίσωση ευθείας της οποίας η γραφική δίνεται στο διπλανό σχήμα.  παράσταση Παράδειγμα: Εύρεση της κλίσης ευθείας • Να βρείτε την κλίση ευθείας σε καθεμία από τις πιο κάτω περιπτώσεις: (i) $y = 3x + 2$, (ii) $y = -1$ και (iii) $x = 4$
• A5.15 Επιλύουν, αλγεβρικά, γραμμικά συστήματα εξισώσεων	Παραδείγματα: Αλγεβρική επίλυση γραμμικών συστημάτων δύο μεταβλητών – επίλυση προβλήματος • Να λύσετε τα συστήματα εξισώσεων:

* Μέρος του δείκτη

ΑΝΑΛΥΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ – ΠΥΡΗΝΙΚΕΣ ΓΝΩΣΕΙΣ

δύο μεταβλητών και τα εφαρμόζουν στη λύση προβλημάτων καθημερινής ζωής.*	(α) $3x - 2y = 8$ $x + 3y = 10$ (β) $\frac{x-1}{5} - \frac{y+5}{2} = -3$ $3(y+2) - 4(x-3) = 3$ Να λύσετε το πρόβλημα με τη χρήση συστήματος: Σε μια κατασκήνωση 260 παιδιά διαμένουν σε 50 σκηνές των 4 και των 6 ατόμων (οι οποίες είναι όλες γεμάτες). Να υπολογίσετε πόσες είναι οι σκηνές των 4 και πόσες οι σκηνές των 6 ατόμων.
---	---

Β' ΤΑΞΗ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΑΡΙΘΜΟΙ	
ΔΕΙΚΤΕΣ ΕΠΙΤΥΧΙΑΣ	ΔΕΙΚΤΕΣ ΕΠΑΡΚΕΙΑΣ
	Επίπεδα Δραστηριοτήτων
Αρ5.12 Κατανοούν την αριθμητική σημασία της τετραγωνικής και της κυβικής ρίζας ρητού αριθμού.*	Παράδειγμα: Υπολογισμός τετραγωνικής και κυβικής ρίζας Να υπολογίσετε τις ρίζες: Α. $\sqrt{49}$ Β. $\sqrt{(-4)^2}$ Γ. $\sqrt[3]{64}$ Δ. $\sqrt[3]{0,001}$
Αρ6.11 Εκτελούν πράξεις ριζών και υπολογίζουν την τιμή αριθμητικών παραστάσεων.	Παράδειγμα: Υπολογισμός παραστάσεων με τετραγωνικές και κυβικές ρίζες Να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων: (α) $A = 2\sqrt{16} + \sqrt[3]{6^3} - (\sqrt{5})^2$ (β) $B = \sqrt{7 + \sqrt[3]{64}}$ (γ) $\Gamma = \sqrt[3]{(-1)^2 + 7 \cdot (-3)^2}$
Αρ5.22 Επιλύουν εξισώσεις και ανισώσεις στο σύνολο των ρητών αριθμών.	Παράδειγμα: Επίλυση εξίσωσης-ανίσωσης α' βαθμού στο σύνολο των ρητών αριθμών Να λύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις-ανισώσεις στο σύνολο των ρητών αριθμών: (α) $2x = 3$

* Μέρος του δείκτη

ΑΝΑΛΥΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ – ΠΥΡΗΝΙΚΕΣ ΓΝΩΣΕΙΣ

	(β) $\sqrt{5} \cdot x - 2 = 7$ (γ) $2(3x - 7) = 6x - 2$ (δ) $\frac{x+2}{3} \leq \frac{2x+4}{6}$
Αρ5.6 Διακρίνουν πότε δύο ποσά είναι ευθέως ανάλογα και πότε αντιστρόφως ανάλογα, με τη χρήση της αναλογίας και του ποσοστού και εφαρμόζουν τα ανάλογα ποσά στην επίλυση προβλημάτων.	Παράδειγμα: Ευθέως ανάλογα-Αντιστρόφως ανάλογα ποσά - Να εξετάσετε κατά πόσο τα πιο κάτω ποσά είναι ευθέως ανάλογα ή αντιστρόφως ανάλογα, αιτιολογώντας την απάντησή σας. (α) Η αμοιβή ενός ωρομίσθιου εργάτη και ο χρόνος εργασίας του. (β) Η μέση ταχύτητα ενός αυτοκινήτου και ο απαιτούμενος χρόνος για την κάλυψη της απόστασης ανάμεσα στις πόλεις A και B. (γ) Η περίμετρος ενός τετραγώνου και το μήκος της πλευράς του. (δ) Το πλήθος των σελίδων ενός βιβλίου που διαβάζει ένα άτομο και ο απαιτούμενος χρόνος ανάγνωσης του βιβλίου. Παραδείγματα: Επίλυση προβλήματος με ευθέως ανάλογα-αντιστρόφως ανάλογα ποσά - Ένας εργάτης αμείβεται με €425 για 17 ώρες εργασίας. Πόσα χρήματα θα πάρει για 29 ώρες εργασίας; - Ένα αυτοκίνητο αναχωρεί από την πόλη A στις 08:00 και φτάνει στην πόλη B στις 10:30. Η μέση ταχύτητα που είχε το αυτοκίνητο κατά τη διάρκεια του ταξιδιού του ήταν 90 km/h. Ποια θα έπρεπε να ήταν η μέση ταχύτητα του αυτοκινήτου, αν ο οδηγός ήθελε να είναι στην πόλη B μισή ώρα νωρίτερα;

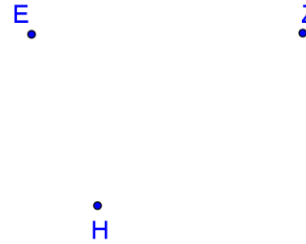
ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ	
ΔΕΙΚΤΕΣ ΕΠΙΤΥΧΙΑΣ	ΔΕΙΚΤΕΣ ΕΠΑΡΚΕΙΑΣ
	Επίπεδα Δραστηριοτήτων
Γ5.20 Ορίζουν και κατασκευάζουν συμμετρικά σχήματα (σχήματα με άξονα συμμετρίας, σχήματα συμμετρικά ως προς ευθεία)	- Στα πιο κάτω σχήματα να αναφέρετε κατά πόσο, υπάρχουν άξονες συμμετρίας (και να τους καταμετρήσετε) ή κέντρο συμμετρίας και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. - Να κατασκευάσετε το συμμετρικό των πιο κάτω σχημάτων ως προς την ευθεία ε:

ΑΝΑΛΥΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ – ΠΥΡΗΝΙΚΕΣ ΓΝΩΣΕΙΣ

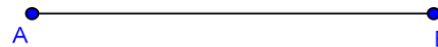
- Γ5.8 Αναγνωρίζουν, κατασκευάζουν βασικά είδη τετραπλεύρων (παραλληλόγραμμο, ορθογώνιο, ρόμβος, τετράγωνο, τραπέζιο), εφαρμόζουν τις ιδιότητες τους στη λύση προβλημάτων.*

Παράδειγμα: Κατασκευή Παραλληλογράμμου

- Να χρησιμοποιήσετε τη θέση των τριών μη συνευθειακών σημείων E, Z, H για να κατασκευάσετε τα παραλληλόγραμμα $EZ\Theta H$ και $ZHIE$, αιτιολογώντας την απάντησή σας.

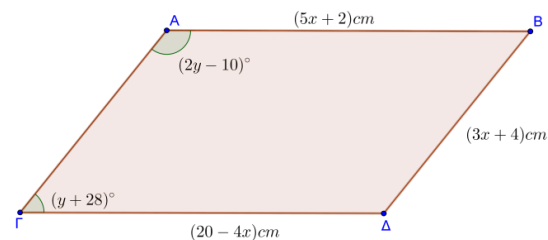


- Να εξηγήσετε κατά πόσο με τα τρία σημεία E, Z, H μπορείτε να κατασκευάσετε και πιο ειδικά παραλληλόγραμμο, όπως ορθογώνιο ή ρόμβο.
- Να εξετάσετε κατά πόσο μπορεί να κατασκευαστεί ορθογώνιο τραπέζιο $EZ\Theta H$ χρησιμοποιώντας τα τρία σημεία E, Z και H .
- Να κατασκευάσετε το τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$, αν δίνεται το ευθύγραμμο τμήμα AB και να αναφέρετε τα γεωμετρικά όργανα που χρησιμοποιήσατε.



Παραδείγματα: Ιδιότητες παραλληλογράμμων

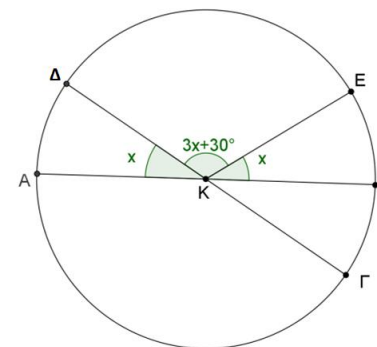
- Να υπολογίσετε τα μήκη των πλευρών και τα μέτρα των γωνιών του παραλληλογράμμου $AB\Delta\Gamma$.



* Μέρος του δείκτη

ΑΝΑΛΥΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ – ΠΥΡΗΝΙΚΕΣ ΓΝΩΣΕΙΣ

	• Να κατασκευάσετε ρόμβο, αν γνωρίζετε ότι έχει περίμετρο 40 cm και οι διαγώνιοί του είναι άρτιοι διαδοχικοί ακέραιοι αριθμοί. • Να κατασκευάσετε παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ σε ορθοκανονικό σύστημα αξόνων, όταν δίνονται τα τρία από τα τέσσερα σημεία του: $A(1,2)$, $B(5,2)$ και $\Gamma(8,5)$. • Να εξετάσετε κατά πόσο το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ με $A(0,0)$, $B(20,0)$, $\Gamma(14,8)$ και $\Delta(6,8)$ είναι ισοσκελές τραπέζιο και να εξηγήσετε πώς μπορείτε να υπολογίσετε το εμβαδόν του, την περίμετρο του και τις διαγώνιες του.
• Γ5.7 Ορίζουν και κατασκευάζουν τον κύκλο, κυκλικό δίσκο και τα στοιχεία τους και διερευνούν τις σχέσεις μεταξύ τους (κύκλος, κυκλικός δίσκος, ακτίνα κύκλου, χορδή κύκλου, κυκλικός τομέας, σχετικές θέσεις ευθείας και κύκλου, σχετικές θέσεις δύο κύκλων, μέτρο τόξου και γωνίας, επίκεντρες γωνίες, εγγεγραμμένες γωνίες).	Παραδείγματα: Κατασκευή κύκλου – Στοιχεία κύκλου • Να κατασκευάσετε δύο ομόκεντρους κύκλους ακτίνες 2 cm και 28 mm. • Σε κύκλο $(K, 6\text{ cm})$ να κατασκευάσετε: (α) Μία διάμετρο AB. (β) Μία επίκεντρη γωνία $\widehat{A\hat{K}B}$. (γ) Δύο ακτίνες KE και KZ. (δ) Μία χορδή $E\Theta$. (ε) Ένα τόξο BZH. • Να κατασκευάσετε κύκλο $(K, 4\text{ cm})$ και χορδές $AB = \Delta E = 3\text{ cm}$. (α) Να μετρήσετε τις επίκεντρες γωνίες $\widehat{A\hat{K}B}$ και $\widehat{\Delta\hat{K}E}$. (β) Να υπολογίσετε το μέτρο των τόξων AB και ΔE. (γ) Να φέρετε ευθεία ε_1 που να απέχει 3 cm από το κέντρο του κύκλου. Ποια είναι η θέση της ευθείας σε σχέση με τον κύκλο; • Δίνεται κύκλος (K, R). Να υπολογίσετε την τιμή του x, το μέτρο του τόξου $EB\Gamma$ και την επίκεντρη γωνία $\widehat{\Delta\hat{K}E}$.



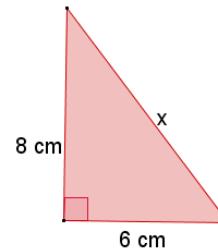
ΑΝΑΛΥΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ – ΠΥΡΗΝΙΚΕΣ ΓΝΩΣΕΙΣ

- Γ5.9 Εφαρμόζουν το Πυθαγόρειο θεώρημα.*

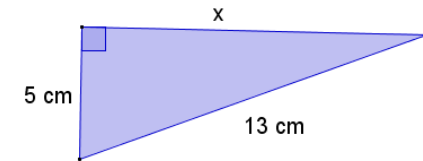
Παραδείγματα: Εφαρμογή Πυθαγόρειου Θεωρήματος

- Να βρεθεί το μήκος x σε καθεμιά από τις πιο κάτω περιπτώσεις.

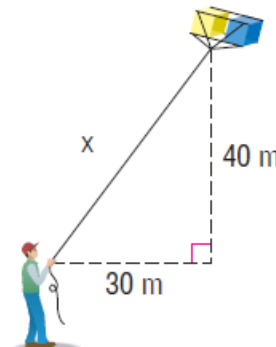
(α)



(β)



- Να υπολογίσετε το μήκος του σχοινιού που χρησιμοποιεί ο Ανδρέας, για να πετάξει τον χαρταετό του.

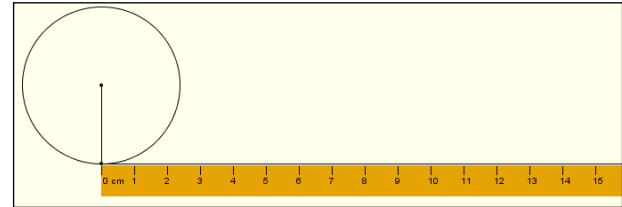


ΜΕΤΡΗΣΗ	
ΔΕΙΚΤΕΣ ΕΠΙΤΥΧΙΑΣ	ΔΕΙΚΤΕΣ ΕΠΑΡΚΕΙΑΣ
	Επίπεδα Δραστηριοτήτων
M5.2 Υπολογίζουν την περίμετρο και το εμβαδόν επίπεδων επιφανειών, το εμβαδόν της επιφάνειας και τον όγκο στερεών σχημάτων.	Παραδείγματα: Υπολογισμός εμβαδού και περιμέτρου επιπέδων σχημάτων - Να υπολογίσετε το εμβαδόν και την περίμετρο του πιο κάτω σχήματος. - Να υπολογίσετε το ύψος του πιο κάτω τραpezίου, αν το εμβαδόν του είναι ίσο με 100 cm^2. - Η βάση του Πύργου του Άιφελ στο Παρίσι αποτελείται από 6 παραλληλόγραμμα σε καθεμιά από τις τέσσερις πλευρές του. Αν η βάση κάθε παραλληλογράμμου είναι 12 m και το ύψος 16 m, να υπολογίσετε τη συνολική επιφάνεια του μεταλλικού σκελετού που πρέπει να καλυφθεί με προστατευτικό υφασμα για τις ανάγκες βαφής και συντήρησης που θα γίνουν στον Πύργο.

ΑΝΑΛΥΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ – ΠΥΡΗΝΙΚΕΣ ΓΝΩΣΕΙΣ

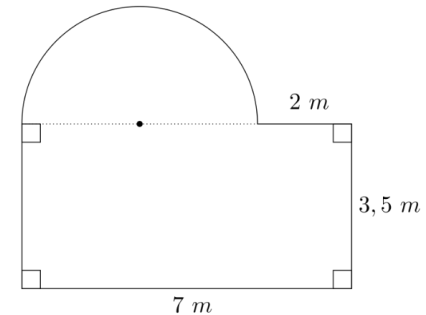
Παραδείγματα: Σχέσεις βασικών στοιχείων κύκλου

- Να υπολογίσετε την ακτίνα ενός κύκλου, αν το μήκος της περιφέρειας του είναι ίσο με 120 cm .
- Να υπολογίσετε την απόσταση που θα διανύσει ο διπλανός κύκλος διαμέτρου $4,8\text{ cm}$, αν κάνει μια πλήρη στροφή.



Παράδειγμα: Υπολογισμός εμβαδού και περιμέτρου μεικτόγραμμων σχημάτων

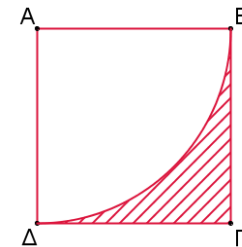
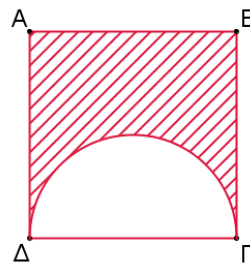
- Να υπολογίσετε το εμβαδόν και την περίμετρο του διπλανού σχήματος.



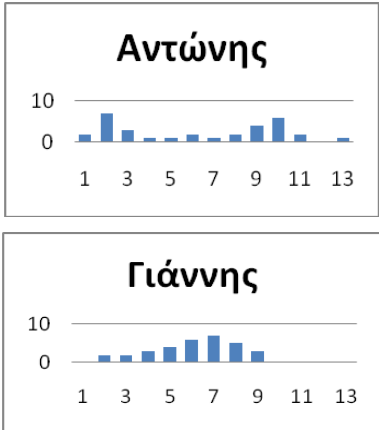
- **M6.7** Υπολογίζουν το εμβαδόν απλών καμπυλόγραμμων και μεικτόγραμμων επιφανειών.

Παράδειγμα: Υπολογισμός εμβαδού καμπυλόγραμμων και μεικτόγραμμων επιφανειών

- Να υπολογίσετε το εμβαδόν των σκιασμένων επιφανειών στα παρακάτω τετράγωνα πλευράς 10 cm . Τα τόξα στα πιο κάτω σχήματα είναι ημικύκλια ή τεταρτοκύκλια.



ΑΝΑΛΥΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ – ΠΥΡΗΝΙΚΕΣ ΓΝΩΣΕΙΣ

ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ – ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ	
ΔΕΙΚΤΕΣ ΕΠΙΤΥΧΙΑΣ	ΔΕΙΚΤΕΣ ΕΠΑΡΚΕΙΑΣ
	Επίπεδα Δραστηριοτήτων
ΣΠ4.1 Συγκρίνουν σύνολα δεδομένων χρησιμοποιώντας μέτρα θέσης (π.χ. διάμεσος, μέσος όρος, επικρατούσα τιμή) και αξιολογούν την καταλληλότητα και τους περιορισμούς της χρήσης των πιο πάνω μέτρων.	Παράδειγμα: Σύγκριση πληθυσμών - Ο Αντώνης και ο Γιάννης είναι πωλητές μεταχειρισμένων αυτοκινήτων. Τα επόμενα ραβδογράμματα δείχνουν τον αριθμό των εβδομαδιαίων πωλήσεων που έκαναν για ένα χρονικό διάστημα.  (α) Να υπολογίσετε: - τη μέση τιμή - την επικρατούσα τιμή (β) Ποιος πώλησε περισσότερα αυτοκίνητα; (γ) Ποιος είναι ο καλύτερος πωλητής και γιατί; Παράδειγμα: Αξιολόγηση μέτρων θέσης - Ο Κώστας καταγράφει τον αριθμό των πλαστικών σακουλιών που παίρνει από την υπεραγορά κατά το εβδομαδιαίο του ψώνισμα. Τα στοιχεία από το ψώνισμα 10 συνεχών εβδομάδων είναι τα επόμενα. 9, 8, 5, 9, 12, 8, 7, 6, 5, 9

ΑΝΑΛΥΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ – ΠΥΡΗΝΙΚΕΣ ΓΝΩΣΕΙΣ

	(α) Να υπολογίσετε: i. Τη Μέση Τιμή ii. Τη Διάμεσο iii. Την Επικρατούσα Τιμή (β) Να εξηγήσετε γιατί η Μέση Τιμή δεν είναι ιδιαίτερα χρήσιμη για τα δεδομένα στην έρευνα του Κώστα. (γ) Ποια από τις τρεις τιμές θα ήταν περισσότερο χρήσιμη για μια ομάδα περιβαλλοντιστών που θεωρεί ότι οι υπεραγορές δίνουν πάρα πολλές πλαστικές σακούλες.
ΣΠ5.6 Κατανοούν μέσα από πραγματικές καταστάσεις και χρησιμοποιούν τις έννοιες πείραμα τύχης, ενδεχόμενο, δειγματικός χώρος.	Παράδειγμα: Πείραμα τύχης – Δειγματικός χώρος – Ενδεχόμενο Σε ένα τουρνουά ποδοσφαίρου κληρώθηκαν να παίξουν στον ίδιο όμιλο οι ομάδες M, A, Π και Γ. Οι 4 ομάδες παίζουν μεταξύ τους δύο αγώνες (εντός και εκτός έδρας). (α) Να καταγράψετε τον δειγματικό χώρο. (β) Να καταγράψετε τις περιπτώσεις στις οποίες η ομάδα M αγωνίζεται εκτός έδρας. (γ) Να καταγράψετε τις περιπτώσεις στις οποίες η ομάδα Π θα παίξει με την ομάδα Γ.
ΣΠ4.4 Αναπαριστούν το δειγματικό χώρο πειραμάτων με πολλαπλούς τρόπους συμπεριλαμβανομένων δενδροδιαγραμμάτων.	Παράδειγμα: Αναπαράσταση του δειγματικού χώρου ενός πειράματος τύχης Σε μια ιατρική έρευνα οι ασθενείς έχουν ταξινομηθεί ανάλογα με την ομάδα αίματος (A, B, AB ή O) καθώς επίσης και ανάλογα με το επίπεδο της πίεσής τους (χαμηλή, κανονική, υψηλή). Να βρεθεί το πλήθος των διαφορετικών ομάδων ταξινόμησης των ασθενών με χρήση δενδροδιαγράμματος.
ΣΠ5.7 Υπολογίζουν την πιθανότητα απλού ενδεχομένου (κλασσικός ορισμός πιθανότητας Laplace) δειγματικού χώρου ισοπίθανων στοιχειωδών ενδεχομένων ενός πειράματος τύχης.	Παραδείγματα: Υπολογισμός πιθανότητας Σε ένα διαγώνισμα υπάρχουν τρεις ερωτήσεις Σωστού (Σ) – Λάθους (Λ). Ένας μαθητής, που δεν ξέρει τις σωστές απαντήσεις σημειώνει, τις απαντήσεις τυχαία. (α) Να κάνετε το δενδροδιάγραμμα του παραπάνω πειράματος τύχης και να γράψετε τον δειγματικό χώρο του πειράματος. (β) Να βρείτε την πιθανότητα ο μαθητής να απαντήσει σωστά σε όλες τις ερωτήσεις.

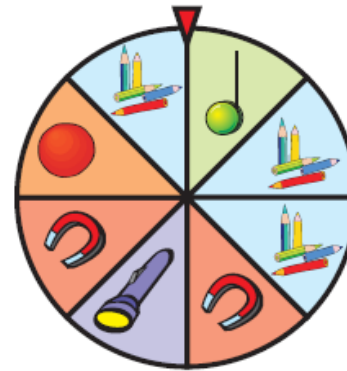
ΑΝΑΛΥΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ – ΠΥΡΗΝΙΚΕΣ ΓΝΩΣΕΙΣ

- Σε ένα πάρτι κάθε παιδί γυρίζει τον πιο κάτω τροχό της τύχης για να δει ποιο δώρο θα κερδίσει. Να υπολογίσετε τις πιθανότητες των πιο κάτω ενδεχομένων:

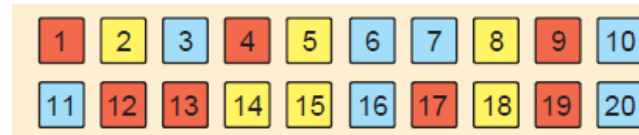
A: «να κερδίσει ένα φανάρι»

B: «να κερδίσει ένα μαγνήτη»

Γ: «να κερδίσει χρωματιστά μολύβια»



- Ο Πάτροκλος επιλέγει μια από τις πιο κάτω κάρτες οι οποίες φαίνονται εδώ με τυχαία σειρά.



Υπολογίστε τις πιθανότητες των πιο κάτω ενδεχομένων:

A: « Να επιλέξει κάρτα με περιττό αριθμό»

B: « Να επιλέξει κίτρινη κάρτα»

Γ: « Να επιλέξει μπλε κάρτα με άρτιο αριθμό»

Δ: « Να επιλέξει κόκκινη ή μπλε κάρτα»

E: « Να επιλέξει κόκκινη κάρτα με αριθμό πολλαπλάσιο του 4»

Z: « Να επιλέξει μπλε κάρτα με πρώτο αριθμό»

ΑΛΓΕΒΡΑ	
ΔΕΙΚΤΕΣ ΕΠΙΤΥΧΙΑΣ	ΔΕΙΚΤΕΣ ΕΠΑΡΚΕΙΑΣ
	Επίπεδα Δραστηριοτήτων
A5.13 Εκτελούν πράξεις μονονύμων και πολυνύμων.*	Παράδειγμα: Πράξεις μονωνύμων – πολυνύμων - Να κάνετε τις πράξεις: (α) $(2x + 1)(2x + 1) - 2x(2 - x)$ (β) $x(x - 1)(1 + x) - x^3$ (γ) $(v - 3)(v + 3)(v^2 + 9)$
A4.10 Κατανοούν και εφαρμόζουν αλγεβρικές τεχνικές, για να κάνουν αναγωγή ομοίων όρων, απλοποιούν ή αναλύουν αλγεβρικές εκφράσεις που περιλαμβάνουν αλγεβρικά κλάσματα και διακρίνουν τις διαφορές μεταξύ των εννοιών «εξίσωση», «τύπος», «ταυτότητα» και «παράσταση».	Παράδειγμα: Κατανόηση ταυτότητας - Να αναγνωρίσετε και να αιτιολογήσετε ποια από τις πιο κάτω ισότητες αποτελεί ταυτότητα. $2(x + 3) = x + 10 \text{ και } 2(x + 3) = 2x + 6$ - Να εξηγήσετε γιατί η ισότητα $(\alpha + 2)^2 = \alpha^2 + 4\alpha + 4$, $\alpha \in \mathbb{R}$ είναι ταυτότητα. Παραδείγματα: Απόδειξη και εφαρμογές αλγεβρικής ταυτότητας - Να αποδείξετε τις ταυτότητες: $(\alpha \pm \beta)^2 = \alpha^2 \pm 2\alpha\beta + \beta^2$ $(\alpha + \beta)(\alpha - \beta) = \alpha^2 - \beta^2$ - Να βρείτε τα πιο κάτω αναπτύγματα: $(\alpha + 1)^2, \left(2\beta - \frac{\gamma}{2}\right)^2 \text{ και } (3\delta + 4)(3\delta - 4)$ - Να αποδείξετε ότι η πιο κάτω ισότητα είναι ταυτότητα: $(x + 3)^2 + (x - 3)(x + 3) + (x - 3)^2 = 3(x^2 + 3).$

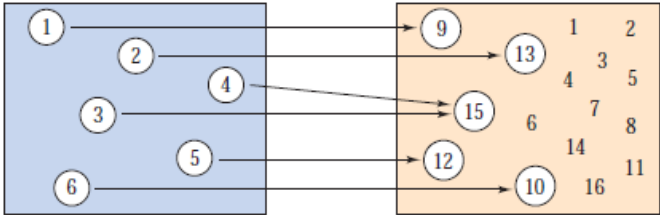
* Μέρος του δείκτη

ΑΝΑΛΥΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ – ΠΥΡΗΝΙΚΕΣ ΓΝΩΣΕΙΣ

	- Να αποδείξετε ότι η παράσταση: $A = (3\alpha + 1)^2 + (\alpha - 3)^2 + 10(1 - \alpha)(1 + \alpha)$ είναι σταθερή. - Δίνεται η παράσταση: $A = (x - 1)^3 - x(x^2 - 4x - 2) + 7$. Να αποδείξετε ότι $A = x^2 + 5x + 6$.
A5.14 Παραγοντοποιούν αλγεβρικές παραστάσεις και επιλύουν εξισώσεις με παραγοντοποίηση.	Παραδείγματα: Παραγοντοποίηση αλγεβρικών παραστάσεων και επίλυση εξισώσεων με παραγοντοποίηση - Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις: (α) $7x + 7y$ (β) $12 - 6x$ (γ) $5x + 10x^2$ (δ) $a^2 + a - 90$ (ε) $2ax^2 + 3axy - 2bxy - 3by^2$ (ζ) $x^2 + 5x + 6$ (η) $4xy^3 - 8x^2y$ (θ) $y^2 - 2y - 15$ - Να λύσετε τις εξισώσεις: (α) $x(2x - 1)(x - 1) = 0$ (β) $x^3 = 64x$ (γ) $x^4 - 4x^2 = 0$
A6.15 Επιλύουν εξισώσεις β' βαθμού και ανωτέρου του β' βαθμού.*	Παραδείγματα: Επίλυση εξίσωσης β' βαθμού και ανωτέρου του β' βαθμού Να λύσετε τις εξισώσεις: (α) $2x^2 + x - 1 = 0$ (β) $a(a - 6) = -9$ (γ) $\kappa^3 = 25\kappa$ (δ) $(x^2 - 7x + 12)(2x^2 - 5x + 2) = 0$
A5.6 Βρίσκουν την εξίσωση της ευθείας και την αναπαριστούν γραφικά, όταν δίνεται η κλίση και ένα σημείο ή όταν δίνονται δύο σημεία της ευθείας.	Παραδείγματα: Εύρεση εξίσωσης ευθείας Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ε σε καθεμιά από τις πιο κάτω περιπτώσεις: (α) Περνά από το σημείο $A(1,3)$ και έχει κλίση $\lambda = 2$ (β) Περνά από τα σημεία $B(-1,2)$ και $\Gamma(0,-2)$ (γ) Έχει κλίση $\lambda = 1$ και τέμνει τον άξονα των τετμημένων στο σημείο $\Delta(3,0)$
A5.7 Διερευνούν τη θέση δύο	Παραδείγματα: Διερεύνηση της θέσης δύο ευθειών στο επιπέδο – κριτήρια

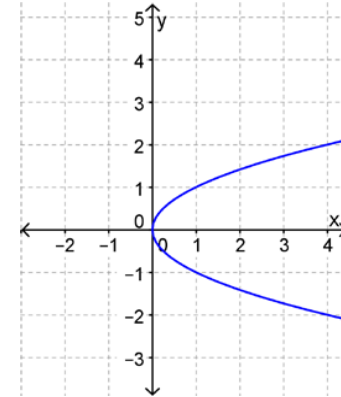
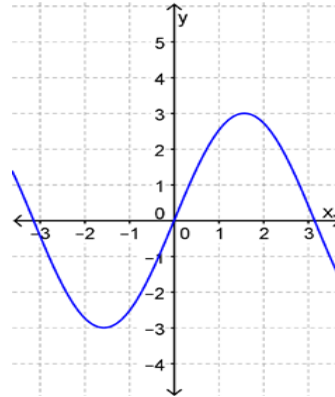
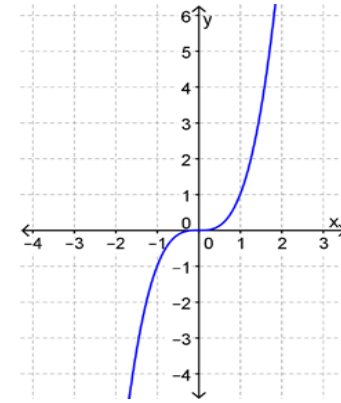
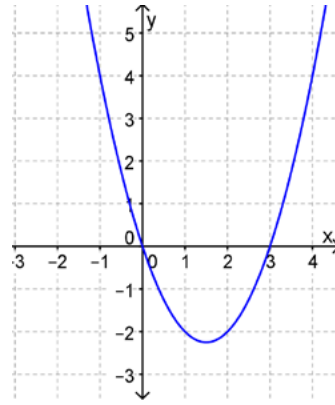
* Μέρος του δείκτη

ΑΝΑΛΥΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ – ΠΥΡΗΝΙΚΕΣ ΓΝΩΣΕΙΣ

ευθειών στο επίπεδο και ανακαλύπτουν κριτήρια καθετότητας και παραλληλίας.	καθετότητας / παραλληλίας - Να βρείτε τη σχετική θέση των ευθειών ε_1 και ε_2 στις πιο κάτω περιπτώσεις: $\begin{aligned} \text{(α)} \quad \varepsilon_1: 2x - 4y &= 4 \\ \varepsilon_2: -2x + 4y &= 2 \end{aligned}$ $\begin{aligned} \text{(β)} \quad \varepsilon_1: y &= -2x + \frac{1}{3} \\ \varepsilon_2: y &= -\frac{1}{2}x + 3 \end{aligned}$ $\begin{aligned} \text{(γ)} \quad \varepsilon_1: y &= 4 \\ \varepsilon_2: y &= -2 \end{aligned}$ - Να εξετάσετε κατά πόσο οι ευθείες ε_1 και ε_2 με εξισώσεις $\varepsilon_1: y = 2x + 4$ και $\varepsilon_2: 6x + 3y = 2$ είναι παράλληλες ή κάθετες.
A4.4 Κατανοούν την έννοια της συνάρτησης και επεξηγούν τη διαδικασία απεικόνισης ενός στοιχείου του πεδίου ορισμού στο πεδίο τιμών και διακρίνουν την έννοια της ανεξάρτητης και εξαρτημένης μεταβλητής.	Παράδειγμα: Έννοια της συνάρτησης - Στο πιο κάτω σχήμα παρουσιάζεται η αντιστοιχία των ωρών μιας συγκεκριμένης ημέρας και των θερμοκρασιών της σε βαθμούς κελσίου. (α) Να εξετάσετε κατά πόσο η πιο κάτω αντιστοιχία ορίζει συνάρτηση. (β) Να γράψετε το Πεδίο Ορισμού και το Πεδίο Τιμών, αν ορίζεται συνάρτηση. (γ) Να κατασκευάσετε έναν πίνακα τιμών ώρα – θερμοκρασία και να κατασκευάσετε τη γραφική της παράσταση.  - Να εξετάσετε κατά πόσο οι πιο κάτω γραφικές παραστάσεις ορίζουν

ΑΝΑΛΥΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ – ΠΥΡΗΝΙΚΕΣ ΓΝΩΣΕΙΣ

συνάρτηση.



- Μια εταιρεία παραγωγής φυσικών χυμών έχει υπολογίσει ότι από κάθε κιλό πορτοκάλια που παίρνει από τον παραγωγό, παράγει 0,4 λίτρα χυμό.
 (α) Πόσα λίτρα χυμού θα παραχθούν με 500kg πορτοκάλια;
 (β) Να εκφράσετε με τύπο την ποσότητα $f(x)$ του χυμού (σε λίτρα) που παράγεται, ως συνάρτηση της ποσότητας x (σε κιλά) των πορτοκαλιών που χρειάζονται.
 (γ) Πόσα κιλά πορτοκάλια πρέπει να χρησιμοποιήσει η εταιρεία, ώστε η παραγωγή σε χυμό να είναι 300 λίτρα;

• A5.9 Αναπαριστούν γραφικά τη

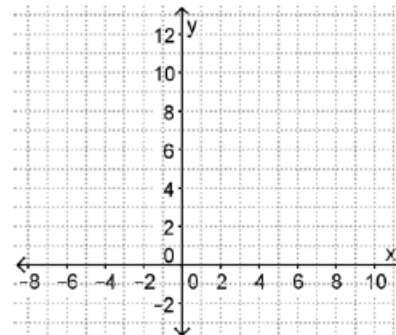
Παράδειγμα: Γραφική αναπαράσταση της συνάρτησης $y = ax^2$

ΑΝΑΛΥΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ – ΠΥΡΗΝΙΚΕΣ ΓΝΩΣΕΙΣ

συνάρτηση $y = ax^2$ *

Να συμπληρώσετε τον πιο κάτω πίνακα τιμών και να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα αξόνων τις παραβολές: $f(x) = x^2$, $g(x) = 2x^2$, $h(x) = 3x^2$, $x \in \mathbb{R}$

x	-2	-1	0	1	2
x^2					
$2x^2$					
$3x^2$					



- **A4.7** Κατασκευάζουν τη γραφική παράσταση ευθείας, υπολογίζοντας τις συντεταγμένες δύο σημείων της και ελέγχουν αλγεβρικά και γραφικά κατά πόσο ένα σημείο ανήκει στην ευθεία.

Παράδειγμα: Κατασκευή γραφικής παράστασης ευθείας

- Να εξετάσετε ποια από τα σημεία $A(-1,1)$, $B(2,3)$ και $\Gamma(-2,-1)$ ανήκουν στη γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = 2x - 1$.
- Να βρείτε τα σημεία στα οποία η συνάρτηση $y = 2x - 1$ τέμνει τους άξονες και ακολούθως να κατασκευάσετε τη γραφική της παράσταση.

ΑΝΑΛΥΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ – ΠΥΡΗΝΙΚΕΣ ΓΝΩΣΕΙΣ

Γ' ΤΑΞΗ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

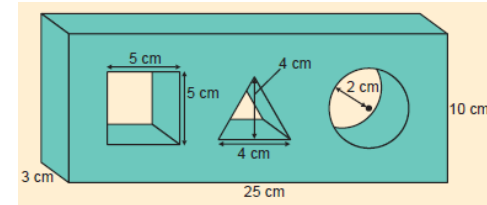
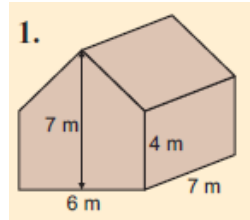
ΜΕΤΡΗΣΗ	
ΔΕΙΚΤΕΣ ΕΠΙΤΥΧΙΑΣ	ΔΕΙΚΤΕΣ ΕΠΑΡΚΕΙΑΣ
	Επίπεδα Δραστηριοτήτων
M5.11 Υπολογίζουν το συντελεστή κατεύθυνσης (κλίση) ευθείας και επεξηγούν τη σχέση μεταξύ της κλίσης μιας ευθείας και του ρυθμού μεταβολής.	Παραδείγματα: Υπολογισμός κλίσης ευθείας - Να υπολογίσετε την κλίση της ευθείας που περνά από τα σημεία: $A(2, 5)$ και $B(3, -2)$ - Να υπολογίσετε την κλίση των πιο κάτω ευθειών: (α) $y = 3x$ (β) $y = 3$ (γ) $x = -2$ (δ) $2x + y = 3$ (ε) $y = -3x + 5$ - Να υπολογίσετε την κλίση των πιο κάτω ευθειών: (i) (ii)
M5.8 Χρησιμοποιούν και εφαρμόζουν με ευχέρεια τις μονάδες μέτρησης του μήκους, του χρόνου, του εμβαδού, της μάζας, του όγκου, κτλ. και κατανοούν την ισοδυναμία μετρήσεων (π.χ $1cm^3$ νερού είναι ισοδύναμο με $1ml$ νερού).	Παράδειγμα: Μετατροπή μονάδων μέτρησης Μία δεξαμενή, σε ένα πρατήριο καυσίμων, έχει χωρητικότητα $15 m^3$. Αν το βυτιοφόρο μπορεί να διοχετεύει καύσιμα 50 λίτρα το λεπτό, πόσο χρόνο θα χρειαστεί η δεξαμενή για να γεμίσει, αν είναι τελείως άδεια;

ΑΝΑΛΥΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ – ΠΥΡΗΝΙΚΕΣ ΓΝΩΣΕΙΣ

- M5.2 Υπολογίζουν την περίμετρο και το εμβαδόν επίπεδων επιφανειών, το εμβαδόν της επιφάνειας και τον όγκο στερεών σχημάτων.

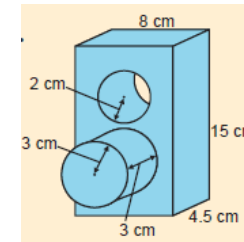
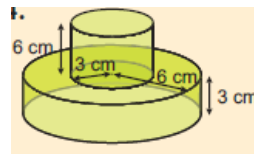
Παραδείγματα: Υπολογισμός όγκων πρισμάτων

- Να υπολογίσετε τον όγκο των πιο κάτω στερεών.

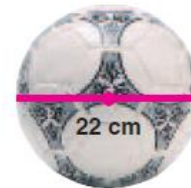


Παραδείγματα: Υπολογισμός όγκων στερεών εκ περιστροφής

- Να υπολογίσετε τον όγκο των πιο κάτω στερεών.



- Να υπολογίσετε πόσο δέρμα θα χρειαστούμε για να καλύψουμε μια μπάλα ποδοσφαίρου με διάμετρο 22 cm.



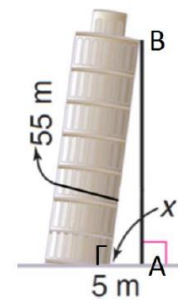
- M6.8 Επιλύουν προβλήματα με βάση τον ορισμό των τριγωνομετρικών

Παράδειγμα: Χρήση τριγωνομετρικών αριθμών στην επίλυση προβλημάτων

ΑΝΑΛΥΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ – ΠΥΡΗΝΙΚΕΣ ΓΝΩΣΕΙΣ

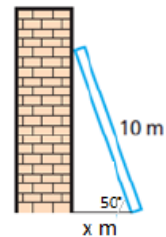
αριθμών.

(α) Ένας πολιτικός μηχανικός θέλει να υπολογίσει την οξεία γωνία x που δημιουργεί ο πύργος της Πίζας με το έδαφος, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



(β) Να υπολογίσετε τις τιμές του x σε καθεμιά από τις πιο κάτω περιπτώσεις. Οι απαντήσεις να δοθούν σε προσέγγιση ακεραίου.

(i)



(ii)

