ΠΡΑΚΤΙΚΕΣ ΣΤΗΡΙΞΗΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΑΙΔΙΩΝ ΜΕ ΑΥΞΗΜΕΝΕΣ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ ΓΙΑ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΚΟ ΑΝΑΛΦΑΒΗΤΙΣΜΟ

ΣΥΝΟΠΤΙΚΟ ΚΕΙΜΕΝΟ

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Το έντυπο περιλαμβάνει πρακτικές με τις οποίες οι εκπαιδευτικοί μπορούν να ενισχύσουν παιδιά της Γ΄ τάξης του δημοτικού σχολείου με μεγάλη πιθανότητα να μείνουν λειτουργικά αναλφάβητα μέχρι το τέλος της υποχρεωτικής εκπαίδευσης. Οι πρακτικές μπορούν να εφαρμοστούν είτε στο πλαίσιο του μαθήματος των Μαθηματικών στην τάξη είτε την ώρα της Εμπέδωσης σε επίπεδο τάξης, ομάδας και ατόμου.

Μαθηματικός Αλφαβητισμός

Ο μαθηματικός αλφαβητισμός περιγράφει την ικανότητα του ατόμου να αξιοποιεί τις μαθηματικές του γνώσεις και δεξιότητες για την επίλυση προβλημάτων της καθημερινής ζωής (OECD, 2001). **Ως εκ τούτου, ο μαθηματικός αλφαβητισμός αναπτύσσεται και αξιολογείται μέσα από την εμπλοκή των παιδιών σε αυθεντικές δραστηριότητες, βασισμένες σε καταστάσεις της καθημερινότητας** (Kaiser & Willander, 2005). Έρευνες επισημαίνουν ότι ο μαθηματικός αλφαβητισμός αντιστοιχεί με την έννοια της μαθηματικής επάρκειας, η οποία αντιπροσωπεύει όχι μόνο την αποτελεσματική μάθηση στα Μαθηματικά αλλά και την αποτελεσματική διδασκαλία (Kilpatrick, 2001).

Το νέο Αναλυτικό Πρόγραμμα Μαθηματικών της Κύπρου αποβλέπει στην ανάπτυξη της **μαθηματικής επάρκειας** μέσα από τη διασύνδεση πέντε συνιστωσών: **(α) της εννοιολογικής κατανόησης, (β) της διαδικαστικής επάρκειας, (γ) της στρατηγικής λύσης προβλήματος, (δ) του συλλογισμού και (ε) των στάσεων – πεποιθήσεων** (Kilpatrick, Swafford & Findell, 2001)**.** Στη συνέχεια περιγράφονται ενδεικτικές πρακτικές στήριξης που αφορούν στην ανάπτυξη του μαθηματικού αλφαβητισμού μέσα από την ενίσχυση των πιο πάνω πέντε συνιστωσών. Σημειώνεται ότι οι πρακτικές δεν ομαδοποιούνται σε 5 εντελώς διακριτές κατηγορίες αφού οι πέντε συνιστώσες αλληλοεξαρτώνται και αλληλεπιδρούν. Παρουσιάζονται, επίσης, δυσκολίες που αντιμετωπίζουν τα παιδιά στα Μαθηματικά. Νοείται ότι τόσο οι πρακτικές στήριξης όσο και οι δυσκολίες που αντιμετωπίζουν τα παιδιά δεν εξαντλούνται στο παρόν κείμενο.

Οι πρακτικές στήριξης παρουσιάζονται ως εξής:

Α. ΕΝΝΟΙΟΛΟΓΙΚΗ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗ	1. Ορισμός 2. Δυσκολίες που αντιμετωπίζουν τα παιδιά Πρακτικές του εκπαιδευτικού
Β. ΔΙΑΔΙΚΑΣΤΙΚΗ ΕΠΑΡΚΕΙΑ	1. Ορισμός 2. Δυσκολίες που αντιμετωπίζουν τα παιδιά 3. Πρακτικές εκπαιδευτικού
Γ. ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΗ ΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ	1. Ορισμός 2. Δυσκολίες που αντιμετωπίζουν τα παιδιά 3. Πρακτικές εκπαιδευτικού
Δ. ΣΥΛΛΟΓΙΣΜΟΣ	1. Ορισμός 2. Πρακτικές εκπαιδευτικού
Ε. ΣΤΑΣΕΙΣ – ΑΥΤΟΠΕΠΟΙΘΗΣΗ	1. Ορισμός 2. Πρακτικές εκπαιδευτικού

Α. ΕΝΝΟΙΟΛΟΓΙΚΗ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗ

1. Ορισμός

Η εννοιολογική κατανόηση αναφέρεται στην **αντίληψη μαθηματικών εννοιών, πράξεων και σχέσεων σε ένα ολοκληρωμένο και λειτουργικό πλαίσιο** (Kilpatrick et al., 2001). Η γνώση των παιδιών με εννοιολογική κατανόηση δεν περιορίζεται σε ένα σύνολο ασύνδετων γεγονότων και διαδικασιών. Με την εννοιολογική κατανόηση, τα παιδιά αντιλαμβάνονται γιατί μια μαθηματική ιδέα είναι σημαντική και το πλαίσιο στο οποίο είναι χρήσιμη, θυμούνται με μεγαλύτερη ευκολία διάφορα γεγονότα και μεθόδους, ενώ είναι σε θέση να τα αναπαραγάγουν όταν τα ξεχάσουν.

2. Δυσκολίες που αντιμετωπίζουν τα παιδιά

Έρευνες αναφέρουν ότι τα παιδιά με δυσκολίες στα Μαθηματικά δεν μπορούν να ανακαλέσουν τα αριθμητικά δεδομένα της πρόσθεσης μέχρι το 20 και του πολλαπλασιασμού μέχρι το 100. Ακόμα, χρησιμοποιούν τη στρατηγική της μέτρησης για την εκτέλεση αριθμητικών πράξεων, ενώ παιδιά της ίδιας ηλικίας χρησιμοποιούν άλλες στρατηγικές, όπως η ανάλυση αριθμών και τα αριθμητικά δεδομένα (Dowker, 2004; Ostad, 1997).

Όσον αφορά στη Γεωμετρία, τα παιδιά με δυσκολίες στα Μαθηματικά έχουν την πεποίθηση ότι όταν ένα γεωμετρικό αντικείμενο (π.χ. τρίγωνο) αλλάζει θέση, τότε μεταβάλλεται και το σχήμα του. Επίσης δυσκολεύονται στη μέτρηση, όπου φαίνεται να μην αντιλαμβάνονται τις υποκείμενες έννοιες (π.χ. περίμετρος, εμβαδόν), αλλά να ακολουθούν μηχανικά τις διαδικασίες μέτρησης (Stephan & Clements, 2003).

3. Πρακτικές του εκπαιδευτικού

I. Χρήση πολλαπλών αναπαραστάσεων (εποπτικά μέσα, εικόνες, μαθηματικές ιστορίες, συμβολική αναπαράσταση) για την παρουσίαση μιας μαθηματικής έννοιας και μετάφραση από τη μια αναπαράσταση στην άλλη (εικόνα - σύμβολα).

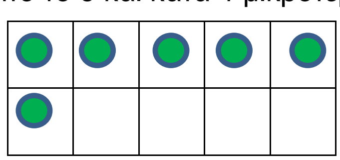
II. Σύνδεση της γνώσης που αποκτήθηκε για την επίλυση προβλημάτων και εφαρμογή της σε καταστάσεις της καθημερινής ζωής.

III. Ενθάρρυνση των παιδιών για παρουσίαση των δικών τους στρατηγικών για την εκτέλεση των τεσσάρων πράξεων.

IV. Παραδείγματα:

<u>Αισθητοποίηση αριθμών 0-10</u>

- Χρήση πλέγματος για αισθητοποίηση των αριθμών. Στόχος είναι ο εντοπισμός σχέσεων του αριθμού με άλλους αριθμούς (Σχέση αριθμών με το 5 και το 10). Για παράδειγμα, το 6 είναι κατά 1 μεγαλύτερο από το 5 και κατά 4 μικρότερο από το 10.



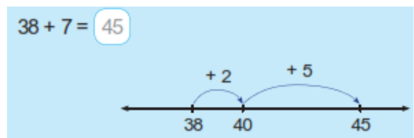
- Ανάλυση και σύνθεση αριθμών: π.χ. το 5 μπορεί να παρουσιαστεί ως:
  5=0+5 5=1+4 5=3+2 5=2+3 5=4+1 5=5+0

Αισθητοποίηση αριθμών 0-100

- Ομαδοποίηση αντικειμένων σε σύνολα των 10. Ομαδοποίηση των συγκεκριμένων αντικειμένων σε σύνολα των 20 ή των 30.
- Αναπαράσταση αριθμών μέχρι το 100 ως μήκος στην αριθμητική γραμμή.
- Ανάλυση και σύνθεση αριθμών (δεκάδες - μονάδες): 20+3=23, 50+7=57.

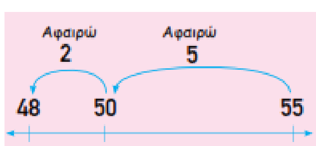
Πρόσθεση

- Χρήση αντιμεταθετικής ιδιότητας (3+5=5+3)
- Χρήση της στρατηγικής «δεδομένα του ένα περισσότερο ή δύο περισσότερα» (9+1, 8+2)
- Χρήση των διπλασίων των αριθμών (5+5, 8+8)
- Χρήση των αριθμών που είναι κατά ένα ή δύο μεγαλύτεροι από τα διπλάσια (5+7 = 5+5+2 = 12)
- Συμπλήρωση της δεκάδας (9+4 = 9+1+3 = 13)
- Χρήση της εξαγωγής συμπερασμάτων 23+44=67 τότε 23+45= $\square$.
- Χρήση της αριθμητικής γραμμής



Αφαίρεση

- Εννοιολογική διασύνδεση της πρόσθεσης και αφαίρεσης: Συμπληρωματική πρόσθεση (5+ $\square$= 9, 8+$\square$ =15).
- Ανάλυση αριθμού που οδηγεί στη δεκάδα με τρόπο που εξυπηρετεί το παιδί π.χ.:
  13 – 4 = 13 – 3 – 1 = 10 – 1 = 9
  13 – 4 = 10 – 4 +3 = 6 + 3 = 9
- Χρήση τριών αριθμών και κατασκευή τεσσάρων μαθηματικών προτάσεων χρησιμοποιώντας τα σύμβολα + και – (6 + 7 =13, 7 + 6 =13, 13 – 7 =6, 13 – 7 =6)
- Χρήση της αριθμητικής γραμμής
  55 - 7 = 48



Πολλαπλασιασμός

- Έμφαση στην αντιμεταθετική και επιμεριστική ιδιότητα
- Χρήση διπλασίων και σύνδεση με τα διπλάσια της πρόσθεσης (π.χ. 2 × 7= 7 + 7)
- Σύνδεση των πολλαπλασίων του 2, του 4 και του 8 (π.χ. 2 × 8=16 συνεπώς 4 × 8=32)
  Σύνδεση των πολλαπλασίων του 3 και του 6 (π.χ. 3 × 4 = 12 συνεπώς 6 × 4 = 24)

Διαίρεση

- Εννοιολογική διασύνδεση του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης (π.χ. 4× $\square$=24)
- Χρήση τριών αριθμών για κατασκευή τεσσάρων μαθηματικών πράξεων, χρησιμοποιώντας τα σύμβολα × και ÷ (π.χ. 6×7=42, 7×6=42, 42÷ 6=7, 42÷7=6)

Γεωμετρία

- Εντοπισμός σχημάτων στο περιβάλλον.
- Κατασκευή σχημάτων χρησιμοποιώντας διάφορα μέσα (π.χ. βελονοπίνακας, τετραγωνισμένο χαρτί).
- Χρήση συγκεκριμένης και κατάλληλης γλώσσας για περιγραφή και ορισμό του σχήματος. Περιγραφή των ιδιοτήτων των σχημάτων και σύγκριση των σχημάτων με άλλα γνωστά σχήματα.
- Ταξινόμηση γεωμετρικών σχημάτων με βάση κάποια κριτήρια.
- Χρήση του ηλεκτρονικού υπολογιστή (π.χ. Euclidraw και Geogebra).

Μέτρηση

- Διερεύνηση της διαδικασίας μέτρησης πριν την κατάληξη σε τύπο:
  (α) Αναγνώριση της ιδιότητας που θα μετρηθεί (πχ μήκος, εμβαδόν, μάζα, χωρητικότητα).
  (β) Σύγκριση αντικειμένων ως προς τη συγκεκριμένη ιδιότητα.
  (γ) Καθορισμός μονάδων μέτρησης και διαδικασίας μέτρησης. Χρήση μη συμβατικών μονάδων μέτρησης για διευκόλυνση της άμεσης εστίασης στην ιδιότητα που θα μετρηθεί και όχι σε μια μηχανική διαδικασία που δεν συνδέεται με την υποκείμενη έννοια.
  (δ) Συμβατικές μονάδες μέτρησης.
  (ε) Ανακάλυψη τύπων.

V. **Ενσωμάτωση του Η/Υ στη διδασκαλία:** Η τεχνολογία παρέχει τη δυνατότητα στα παιδιά με δυσκολίες να εμπλακούν στη διερεύνηση και στην επίλυση προβλήματος και να εστιάσουν στα σημαντικά στοιχεία μιας έννοιας, καθώς τους "απαλλάσσει" από την εκτέλεση αριθμητικών υπολογισμών (στους οποίους δυσκολεύονται). Συγκεκριμένα, η τεχνολογία προσφέρει ελευθερία στα παιδιά, ενισχύοντας τον έλεγχο της μαθησιακής διαδικασίας από τα ίδια. Επιπλέον, αυξάνει την προσοχή και την προσήλωσή τους, ενώ οι εργασίες παρέχονται σε μικρά διαδοχικά βήματα. Είναι σημαντικό να γίνεται σωστή επιλογή εφαρμογιδίων και λογισμικών τα οποία θα πρέπει να συμβαδίζουν με το επίπεδο σκέψης των μαθητών/τριών Πολλά εφαρμογίδια παρουσιάζονται στους οδηγούς εκπαιδευτικού των τάξεων Α΄ και Β΄ στις ιστοσελίδες,
http://www.schools.ac.cy/klimakio/Themata/Mathimatika/yliko_nap_a_taxi.html

http://www.schools.ac.cy/klimakio/Themata/Mathimatika/yliko_nap_b_taxi.html

Β. ΔΙΑΔΙΚΑΣΤΙΚΗ ΕΠΑΡΚΕΙΑ

1. Ορισμός

Η *διαδικαστική επάρκεια* περιλαμβάνει τη **γνώση διαδικασιών, τη γνώση του πότε και πώς αυτές χρησιμοποιούνται και την ικανότητα εκτέλεσής τους με ευελιξία, ακρίβεια και αποτελεσματικότητα**. Τα παιδιά πρέπει να γνωρίζουν λογικά και αποτελεσματικά ακριβείς τρόπους για να υπολογίζουν τις τέσσερις πράξεις τόσο προφορικά όσο και γραπτά (Kilpatrick et al., 2001).

2. Δυσκολίες που αντιμετωπίζουν τα παιδιά

Οι δυσκολίες των παιδιών που σχετίζονται με τη διαδικαστική επάρκεια εκπηγάζουν από δυσκολίες στην κατανόηση της αξίας θέσης ψηφίου (Fuson & Burghardt, 2003). Επιπλέον, η αδυναμία για γνώση και ανάκληση γνωστών δεδομένων συνιστά βασικό παράγοντα δυσκολίας για την εκτέλεση υπολογισμών που περιλαμβάνουν μεγάλους αριθμούς (Geary & Hoard, 2005). Σε ότι αφορά τη μέτρηση, μια συνήθης ενέργεια των παιδιών με δυσκολίες στα Μαθηματικά είναι η επανάληψη της μονάδας μέτρησης αφήνοντας κενά μεταξύ διαδοχικών μονάδων ή επικαλύπτοντας τις μονάδες μέτρησης (Lehrer, 2003).

3. Πρακτικές του εκπαιδευτικού

I. **Ανάπτυξη τρόπων εκτίμησης του αποτελέσματος μιας μαθηματικής διαδικασίας.**

II. **Αξιοποίηση της αισθητοποίησης των αριθμών.** Για παράδειγμα στην μαθηματική πρόταση 598 + 647 τα παιδιά μπορούν να αναγνωρίσουν ότι το 598 είναι κατά 2 μικρότερο από το 600 και έτσι να προσθέσουν το 600 με το 647 και να αφαιρέσουν 2.

III. **Διδασκαλία γενικών στρατηγικών για την επίλυση διαφόρων κατηγοριών προβλημάτων** και όχι διδασκαλία μεμονωμένων στρατηγικών με περιορισμένη εφαρμογή.

IV. **Εξάσκηση και εφαρμογή των μαθηματικών πράξεων σε καταστάσεις καθημερινής ζωής.** Τόσο η ακρίβεια όσο και η αποτελεσματικότητα των μαθηματικών διαδικασιών βελτιώνεται με την εξάσκηση.

V. **Κατανόηση και εφαρμογή των ιδιοτήτων των πράξεων.**

- το μηδέν ως το ουδέτερο στοιχείο της πρόσθεσης
- την αντιμεταθετική ιδιότητα στην πρόσθεση,
- την αφαίρεση ως αντίθετη πράξη της πρόσθεσης
- το ένα ως το ουδέτερο στοιχείο του πολλαπλασιασμού,
- το μηδέν ως το απορροφητικό στοιχείο του πολλαπλασιασμού
- την αντιμεταθετική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού
- την επιμεριστική ιδιότητα στον πολλαπλασιασμό

VI. **Διδασκαλία νοερών και γραπτών υπολογισμών:**

Πρόσθεση

46 + 38 = 70 + 14 = 84

46 + 38 = 44 + 40 = 84

Αφαίρεση

73 - 46 → 46 + 20 + 4 + 3

73 - 46 → 73 - 40 – 6

Πολλαπλασιασμός

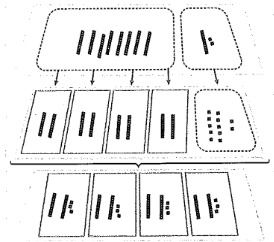
27 X 4 = (20 + 7) X 4 = (20 X 4) + (7 X 4) = 80 + 28 =108

27 X 4 = (10 X 4) + (10 X 4) + (7 X 4) = 108

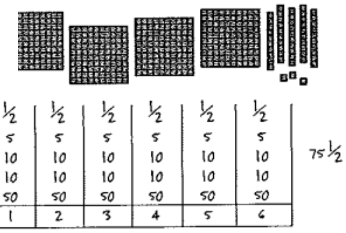
46 X 3 = (46 X 2) + 46 = 138

Διαίρεση

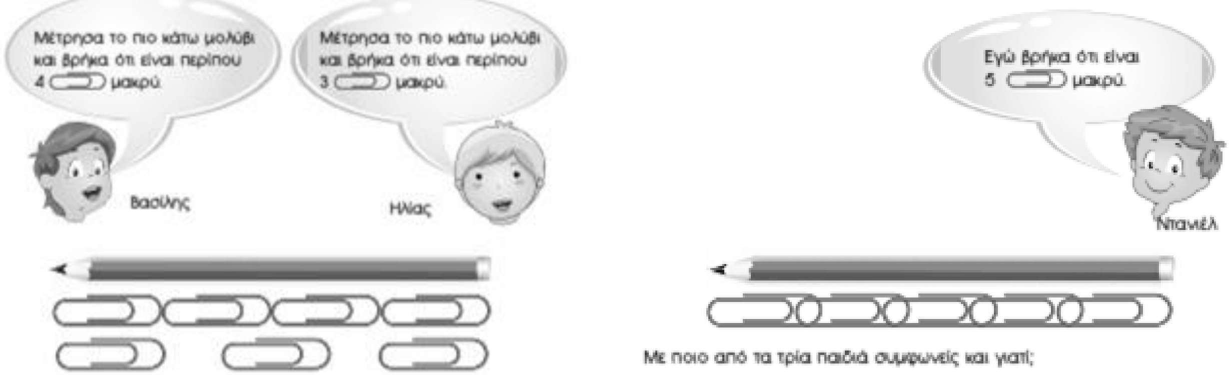
92 : 4 =



453 : 6 =



VII. Μέτρηση: Για κατανόηση της αναγκαιότητας επανάληψης της μονάδας χωρίς κενά κατά τη μέτρηση μήκους ή την κάλυψη επιφάνειας, μπορεί να γίνει αντιπαραβολή ορθών και λανθασμένων απαντήσεων. Για παράδειγμα,



Γ. ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΗ ΛΥΣΗΣ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

1. Ορισμός

Η *στρατηγική λύσης προβλήματος* αναφέρεται στην **ικανότητα για κατασκευή, αναπαράσταση και επίλυση προβλήματος.** Παρόλο που στην σχολική πράξη, τα παιδιά εμπλέκονται στην επίλυση συγκεκριμένων προβλημάτων, έξω από το σχολείο, στην καθημερινή τους ζωή, αντιμετωπίζουν καταστάσεις όπου πρέπει να διακρίνουν ποιο είναι το πρόβλημα. Για το λόγο αυτό, είναι χρήσιμο να αποκτήσουν εμπειρία τόσο στην κατασκευή όσο και στην επίλυση προβλήματος. Παράλληλα, θα πρέπει να έρθουν σε επαφή με πολλαπλά είδη στρατηγικών και να είναι σε θέση να επιλέγουν την κατάλληλη στρατηγική για κάθε περίπτωση (Kilpatrick et al., 2001).

2. Δυσκολίες που αντιμετωπίζουν τα παιδιά

Τα παιδιά που παρουσιάζουν δυσκολίες στη λύση προβλημάτων, φαίνεται ότι δεν αφιερώνουν αρκετό χρόνο στο να σκεφτούν το πρόβλημα και το νόημά του προτού ξεκινήσουν να το λύνουν, αδυνατώντας έτσι να θέσουν σε ένα λογικό πλαίσιο την επιλογή συγκεκριμένων στρατηγικών και την απάντησή τους (Van de Walle, 2007).

3. Πρακτικές του εκπαιδευτικού

I. **Στάδια επίλυσης προβλήματος.** Σύμφωνα με τον Polya (1973), η πορεία που ακολουθεί κάποιος για την επίλυση ενός προβλήματος πρέπει να περιλαμβάνει τα εξής **στάδια: κατανόηση του προβλήματος, κατάστρωση σχεδίου επίλυσης, εκτέλεση σχεδίου, ανάδρομη διερεύνηση.** Σε κάθε στάδιο το παιδί αξιοποιεί κάποιες στρατηγικές, όπως: «πες το πρόβλημα με δικά σου λόγια», «γνωρίζεις κάποιο σχετικό πρόβλημα», «πες τον τρόπο που σκέφτεσαι για να το λύσεις», «κάνε ένα σχέδιο ή κάνε αναπαράσταση», «κάνε ένα διάγραμμα – σχήμα», «βρες ένα μοτίβο».

II. **Παροχή ευκαιριών για εναλλακτικούς τρόπους λύσης προβλήματος**. Για παράδειγμα, η περιγραφή της διαδρομής από το σπίτι προς το σχολείο μπορεί να παρουσιαστεί λεκτικά ή με τη χρήση χάρτη.

III. **Παρουσίαση απλών λεκτικών προβλημάτων πρόσθεσης και αφαίρεσης** που να περιλαμβάνουν διάφορους τύπους, όπως «αλλαγή», «σύγκριση» και «ομαδοποίηση». Συζήτηση της κατάστασης που περιγράφεται με έμφαση στις σχέσεις μεταξύ των αριθμών.

IV. **Παρουσίαση προβλημάτων όπου διαφαίνεται η σχέση πολλαπλασιασμού και διαίρεσης.** Για παράδειγμα,

    30 μπισκότα θα μοιραστούν ανάμεσα σε 6 παιδιά.
    Πόσα μπισκότα θα πάρει το κάθε παιδί;

    Για την επίλυση του πιο πάνω προβλήματος μπορεί να χρησιμοποιηθεί η μαθηματική πρόταση $6 \times \boxed{} = 30$ ή η μαθηματική πρόταση $30 : 6 = \boxed{}$.

V. **Χρήση υλικών, όπως τάπες, κύβοι και αριθμητήριο, για αναπαράσταση των πράξεων του προβλήματος. Σύνδεση με τη συμβολική γραφή της μαθηματικής πρότασης.** Τα παιδιά εντοπίζουν «ομοιότητες και διαφορές» ανάμεσα σε αναπαραστάσεις που παρουσιάζουν το ίδιο πρόβλημα (π.χ. το 7+3 αντιστοιχεί στην αναπαράσταση 7 κόκκινοι κύβοι και 3 μπλε κύβοι).

VI. **Καλλιέργεια της ικανότητας των παιδιών για αυτοέλεγχο** σε σχέση με τη διαδικασία επίλυσης του προβλήματος. Τα παιδιά αναστοχάζονται για το κατά πόσο η στρατηγική που επιλέχθηκε για ένα συγκεκριμένο πρόβλημα ήταν κατάλληλη, ποια λάθη έγιναν κατά τη διαδικασία επίλυσης και αν η λύση που δόθηκε τελικά είναι λογική.

Δ. ΣΥΛΛΟΓΙΣΜΟΣ

1. Ορισμός

Ο ***συλλογισμός*** **αναφέρεται στην ικανότητα της λογικής σκέψης σε ό,τι αφορά στις σχέσεις μεταξύ εννοιών και καταστάσεων.** Στηρίζεται στις διαδικασίες του αναστοχασμού, της επεξήγησης και της αιτιολόγησης συμπερασμάτων. Ο συλλογισμός αξιοποιείται για την αξιολόγηση της λογικότητας των συνδέσεων μεταξύ δεδομένων, διαδικασιών, εννοιών και μεθόδων λύσης. Αναπτύσσοντας την ικανότητα του συλλογισμού, παράλληλα ενισχύεται και η εννοιολογική κατανόηση των παιδιών (Kilpatrick et al., 2001).

Σύμφωνα με έρευνες ένα μεγάλο ποσοστό του μαθητικού πληθυσμού μέχρι 12 χρονών έχει περιορισμένη ικανότητα για συλλογισμό (Kilpatrick et al., 2001).

2. Πρακτικές του εκπαιδευτικού

I. **Διασφάλιση τριών συνθηκών** κατά την επεξεργασία μαθηματικών έργων έτσι ώστε τα παιδιά να εμπλακούν σε διαδικασίες συλλογισμού: (α) οι προϋπάρχουσες γνώσεις τους είναι επαρκείς, (β) το περιεχόμενο του έργου είναι κατανοητό και δίνει κίνητρο για απασχόληση με αυτό και (γ) το πλαίσιο είναι οικείο.

II. **Καλλιέργεια νόρμας στην τάξη για αναστοχασμό και για συνεχή αιτιολόγηση των διαδικασιών.** Δεν είναι αρκετή η εξάσκηση στην εκτέλεση αλγορίθμων, μετά την ανάπτυξη και εκμάθηση μιας συγκεκριμένης διαδικασίας. Είναι σημαντικό τα παιδιά, για να κατανοήσουν τον αλγόριθμο, να επεξηγούν και να αιτιολογούν τις ενέργειές τους.

    Για παράδειγμα,

    - Στον αλγόριθμο της αφαίρεσης με χάλασμα της δεκάδας, τα παιδιά θα πρέπει να αιτιολογούν τα βήματα του αλγόριθμου, χρησιμοποιώντας επιχειρήματα που παραπέμπουν στην εννοιολογική κατανόησή του. Η αξιοποίηση μοντέλων όπως οι κύβοι Dienes, η αριθμητική γραμμή, το πλέγμα αριθμών μέχρι το 100 και ο πίνακας των αριθμών μπορούν να ενισχύσουν την επεξήγηση και αιτιολόγηση.
    - Αντιπαραβολή του αλγόριθμου της αφαίρεσης με χάλασμα και χωρίς χάλασμα, έτσι ώστε να αιτιολογηθούν οι διαδικασίες σε κάθε περίπτωση (πχ 62–5 και 67-5).

Ε. ΣΤΑΣΕΙΣ – ΑΥΤΟΠΕΠΟΙΘΗΣΗ

1. Ορισμός

Οι *στάσεις* ορίζονται ως **οι τάσεις και η προδιάθεση του ατόμου απέναντι σε ένα θέμα**, οι οποίες εκπηγάζουν από προηγούμενες εμπειρίες του, θετικές ή αρνητικές, ενώ οι **πεποιθήσεις** ορίζονται ως **οι υποκειμενικές του γνώσεις, θεωρίες και αντιλήψεις**. Η συνιστώσα στάσεις-αυτοπεποίθηση σχετίζεται με την ανάπτυξη θετικών στάσεων απέναντι στα Μαθηματικά καθώς και η αυτοπεποίθηση σε σχέση με την ικανότητα, εκμάθηση και εμπλοκή σε μαθηματικές δραστηριότητες. Είναι σημαντικό για την ανάπτυξη της μαθηματικής ικανότητας, το παιδί που μαθαίνει και κάνει μαθηματικά να πιστέψει στη χρησιμότητα των Μαθηματικών και στην αξία της προσπάθειας που καταβάλλει. Επιπλέον, η ανάπτυξη όλων των προηγούμενων συνιστωσών στηρίζεται στην ανάπτυξη της πεποίθησης ότι η εκμάθηση των Μαθηματικών είναι εφικτή, ότι τα Μαθηματικά δεν αποτελούν ένα αφηρημένο σώμα γνώσεων και ότι είναι κατανοητά (Kilpatrick et al., 2001).

Έρευνες αναφέρουν ότι τα παιδιά με χαμηλή επίδοση στα Μαθηματικά αναπτύσσουν αρνητικές στάσεις και πεποιθήσεις, ακόμα και φόβο (Χρίστου & Φιλίππου, 2001). Τα αρνητικά συναισθήματα στα Μαθηματικά κυρίως από τα παιδιά που αντιμετωπίζουν δυσκολίες στο μάθημα αναπτύσσονται λόγω: (α) της συχνής αποτυχίας στο μάθημα, (β) της πεποίθησης ότι η ικανότητα στα Μαθηματικά είναι σταθερή και δεν μπορεί να βελτιωθεί, (γ) της επιμονής των εκπαιδευτικών για γρήγορες απαντήσεις από τα παιδιά (Pantziara & Philippou, 2011).

2. Πρακτικές του εκπαιδευτικού

I. Παροχή ευκαιριών **για αντίληψη της χρησιμότητας και της αξίας των Μαθηματικών** στην καθημερινή ζωή.

II. Παροχή ευκαιριών για **ανάπτυξη της ικανότητας για επίλυση προβλημάτων**, έτσι ώστε να ενισχυθεί η αυτοπεποίθηση.

III. Καλλιέργεια της αντίληψης ότι δεν είναι η απομνημόνευση που βοηθά στην ανάπτυξη μαθηματικής ικανότητας αλλά η **διερεύνηση των προβλημάτων**.

IV. **Σημασία στη διαδικασία επίλυσης** και όχι στο αποτέλεσμα ενός προβλήματος ή μιας μαθηματικής πράξης.

V. **Αντιμετώπιση των λαθών των παιδιών ως τρόπος βελτίωσης της μαθηματικής** τους **ικανότητας**.

VI. **Παροχή χρόνου στο μαθητή** για την εκτέλεση μαθηματικών πράξεων και επίλυσης προβλήματος.

VII. **Καλλιέργεια νόρμας από μέρους των εκπαιδευτικών που επιτρέπει στα παιδιά να νιώθουν άνετα όταν μαθαίνουν και κάνουν Μαθηματικά** και ότι η ικανότητά τους στα Μαθηματικά δεν είναι σταθερή, δοσμένη και αριθμητικά μετρήσιμη, αλλά μπορεί να αναπτυχθεί και να καλλιεργηθεί μέσα από τις δραστηριότητες της μαθηματικής τάξης.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Caldwell, J.H., Karp, K., & Bay-Williams, J.M. (2011). In E.C. Rathmell & R.M. Zbiek (Eds.), *Developing Essential Understanding of Addition and Subtraction for Teaching Mathematics in Prekindergarten – Grade 2.* USA: National Council of Teachers of Mathematics.

Cumming, J.J., & Elkins, J. (1999). Lack of automaticity in the basic addition facts as a characteristic of arithmetic learning problems and instructional needs. *Mathematical Cognition, 5*(2), 149-180.

De Corte, E., & Verschaffel, L. (1987). The effect of semantic structure on first-graders' strategies for solving addition and subtraction word problems. *Journal for Research in Mathematics Education, 18*(5), 363-381.

Dowker, A. D. (2004). *What Works for Children with Mathematical Difficulties?* London: DfES.

Dowker, A., & Sigley, G. (2010). Targeted interventions for children with arithmetical difficulties. *British Journal of Educational Psychology Monograph Series II, 7*, 65-81.

Fuson, K., & Burghardt, B. (2003). Multidigit addition and subtraction: Methods invented in small groups and teacher support for problem-solving and reflection. In A. J. Baroody & A. Dowker (Eds.), *The development of arithmetical concepts and skills* (pp. 267–304). Mahwah,NJ: Erlbaum.

Geary, D. C., & Hoard, M. K. (2005). Learning disabilities in arithmetic and mathematics: Theoretical and empirical perspectives. In J. I. D. Campbell (Ed.), *Handbook of mathematical cognition* (pp. 253-267). New York: Psychology Press.

Gray, E. M., & Pitta-Pantazi, D. (2006). Frames of reference and achievement in elementary arithmetic. The Montana Mathematics Enthusiast, 3(2), 194 – 222. Retrieved from http://www.math.umt.edu/tmme/

Kaiser, G., & Willander, T. (2005). Development of mathematical literacy: results of an empirical study. *Teaching Mathematics and its Applications, 24*(2-3), 48-60.

Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (2001). *Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics.* Washington, DC: National Academy Press.

Kilpatrick, J. (2001). Understanding mathematical literacy: The contribution of research. *Educational Studies in Mathematics 47*(1), 101-116.

Kramaski, B., & Mizrachi, N. (2006). Online Discussion and Self-regulated learning: Effects of Instructional methods on mathematical literacy. *The Journal of Education Research, 99*(4), 218-231.

Lehrer, R. (2003). Developing understanding of measurement. In J. Kilpatrick, W.G. Martin, & D. Shifter (Eds.), *A research companion to principles and standards for school mathematics* (pp. 179-193). Reston, VA: National Council of teachers of mathematics.

Organization for Economic Co-operation and Development (OECD) (2001). *Knowledge and Skills for Life. First Results from the OECD Programme for International Student Assessment (PISA) 2000.* Paris: OECD

Ostad, S.A. (1997). Developmental differences in addition strategies: a comparison of mathematically disabled and mathematically normal students. *British Journal of Educational Psychology, 67*(3), 345-357.

Otto, A.D., Caldwell, J.H., Lubinski, C.A., & Hancock, S.W. (2011). In E.C. Rathmell & R.M. Zbiek (Eds.), *Developing Essential Understanding of Multiplication and Division for Teaching Mathematics in Grades 3-5.* USA: National Council of Teachers of Mathematics.

Panaoura, R. (2006). The Development of Young Pupils' Self-Representation and Mathematical Performance in Relation to Processing Efficiency and Working Memory. *Educational Psychology, 26*(5), 643-676.

Pantziara, M., & Philippou, G. (2011). Fear of failure in Mathematics. What are the sources? In M. Pytlak, E. Swoboda, and T. Rowland (Eds.) Proceedings of the Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (pp. 1269-1278) Rzeszów, Poland.

Pólya, G. (1945/1973). How to solve it. Princeton, NJ: Princeton University.

Russel, R., & Ginsburg, H.P. (1984). Cognitive analysis of children's mathematical difficulties. *Cognition and Instruction, 1*(2), 217-244.

Stephan, M., & Clements, D. (2003). Linear and area measurement in prekindergarten to grade 2. In D. Clements & G. Bright (Eds.), *Learning and teaching measurement: 2003 Yearbook* (pp. 3–16). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Van de Walle, J. A. (2007). *Elementary and Middle School Mathematics. Teaching Developmentally.* USA: Pearson Education.

Χρίστου, Κ., & Φιλίππου, Γ. (2001) Συναισθηματικοί παράγοντες και μάθηση στα Μαθηματικά. Ατραπός.